

أجب عن جميع الأسئلة التالية مبيئاً بالتفصيل جميع خطوات الحل.
ملاحظة: استخدم أربعة أرقام عشرية بعد الفاصلة في جميع الحسابات.

السؤال الأول: (20 درجة)

أ) استخدم الثلاثة حدود الأولى غير الصفريّة من متسلسلة ماكلورين لإيجاد قيمة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} \sin(x) - x}{x^3}$$

ب) باستخدام طريقة القاطع والتخمينين الابتدائيين $x_{-1} = 0$ و $x_0 = 1$ ، أوجد جذر المعادلة التالية:

$$f(x) = e^{-x} - 2x$$

السؤال الثاني: (20 درجة)

أ) أوجد التكامل الآتي باستخدام طريقة أشباه المنحرفات وبأخذ 6 عناصر:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{1+x^2} dx$$

ب) باستخدام تقريب المربعات الدنيا، قرّب البيانات التالية على الصورة:

$$y = ae^{-b \sin(x)}$$

x	0	0.5236	1.0472	1.5708
y	2.0000	0.4463	0.1488	0.0996

السؤال الثالث: (10 درجات)

استخدم طريقة أويلر لإيجاد حل مسألة القيم الابتدائية التالية:

$$h = 0.025 \text{ ، } y(0) = 1 \text{ ، } y' = \frac{-y^2}{1+x} \text{ ، عند } x = 0.2 \text{ ، مستخدماً طول خطوة } h = 0.025$$

وإذا علمت أن الحل التحليلي هو $y = \frac{1}{1+\ln(1+x)}$ ، أوجد النسبة المئوية للخطأ.

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق