جامعة مصراتة – كلية الهندسة – القسم العام

الامتحان النهائي لفصل الخريف 2013 - 2014م

المادة : رياضة 4 الزمن : 3 ساعات

أجب عن جميع الأسئلة الآتية مبينا خطوات الحل . (5 أسئلة لكل سؤال 12 درجة)

السؤال الأول : (3 + 4 + 5 درجات) أ- حل المعادلتين التفاضليتين الآتيتين:

1- $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$

2- $\tan^2(x + y)\,dx - dy = 0$

ب- حل مسألة القيمة الحدية الآتية مستخدما طريقة المعاملات الغير معينة في إيجاد الحل الخاص:

$$y'' + y = 6cos^2(x) \quad ,y(0)=0 \; , y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

السؤال الثاني : (2-5-5 درجة).

أ- أوجد تحويل لابلاس للدالة : $f(t) = te^t \sinh(t)$

ب - باستخدام تحويل لابلاس أوجد حل مسألتي القيمة الابتدائية الآتيتين :

1- $y''(t) + y'(t) + y(t) = 0 \quad , y(0) = 1 \, , y'(0) = 0$

2- $x^2y'' - 2y = 1 \quad , y(1) = \; y'(1) = 0$

السؤال الثالث : (5-2-5 درجة).

خذ في الاعتبار المعادلة التفاضلية : $(x - y - x^3)dx + xdy = 0$

1- أوجد حل المعادلة التفاضلية في الصورة الصريحة.
2- ضع المعادلة في صورة معادلة كوشي – ايلر.
3- أوجد الحل الخاص لمعادلة كوشي –ايلر التي تحصلت عليها في الفقرة 2 .

يتبع باقي الأسئلة

السؤال الرابع : (6-4-2 درجة).

إذا كان $y_p = 3e^{3x}$ يمثل حلا خاصا لمعادلة تفاضلية خطية غير متجانسة من الرتبة الثانية وكان 1 و x حلان مستقلان للمعادلة الخطية المتجانسة المرافقة :

1- أوجد الحل العام (المتمم) للمعادلة المتجانسة .
2- أوجد المعادلة التفاضلية الغير متجانسة .

ب / إذا أخذنا في الاعتبار المعادلة التفاضلية الخطية :

$$y'' + f(x)y' + g(x)y = 0$$

وكان y_1 أحد حلول هذه المعادلة فاثبت أن الحل الثاني المستقل خطيا عن هذا الحل يكون في الصيغة :

$$y_2 = y_1 \int \frac{e^{-\int f(x)dx}}{{y_1}^2} dx$$

السؤال الخامس : (3-4-5 درجة).

أ- بين هل e^{xy} عامل تكاملي للمعادلة التفاضلية الآتية أم لا (غير مطلوب حل المعادلة):

$$y^2dx + (1 + xy)dy = 0$$

ب - حل المعادلتين التفاضليتين الآتيتين:

1- $\frac{dy}{dx} + 2xy = y^3xe^{-x^2}$

2- $\ln y' - \frac{1}{2}\ln(y + y\sin(2x)) = 0$

انتهت الأسئلة وللجميع التوفيق