جامعة مصـــــراته
كلية الهندســـــة
القســـــم العـــام
الإمتحان النهائي خريف 2013/2014

المقرر: ريـــــاضه 3
الزمن: ثلاث ســـاعات
الممتحن: أحمد باكير
الدرجة القصوى (60) موزعة بالتساوي

أجب عن جميع الأسئلة الآتية بوضوح وفي حدود المطلوب فقط

السؤال الأول

(أ)- جزء معكوس المصفوفة الآتية مع توضيح خطوات الحل إلى حاصل ضرب مصفوفتين غير منفردتين (α) و (β) بحيث $(\alpha \neq \beta \neq I_3)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(ب)- استخدم خواص المحددات (Determinants properties) لإثبات الآتي:

$$\begin{vmatrix} 2a & 2b & b-c \\ 2b & 2a & a+c \\ a+b & a+b & b \end{vmatrix} = -2(a-b)^2(a+b)$$

السؤال الثاني

(أ)- مستخدماً طريقة كرامر (Cramer's Rule) أوجد حل النظام الآتي مع توضيح خطوات الحل وطريقة حساب المحددات.

$$\frac{2}{x_1} + \frac{3}{x_2} - \frac{1}{x_3} = 5, \quad \frac{-1}{x_1} - \frac{1}{x_2} + \frac{4}{x_3} = 9, \quad \frac{-1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 4$$

(ب)- اثبت أنه لأي مصفوفة مربعة A لها متجهات ذاتية مستقلة فإنه توجد مصفوفة أخرى مثل P تحولها إلى الصورة القطرية طبقاً للعلاقة $P^{-1}AP$.

السؤال الثالث

(أ)-أوجد قيم $a.b$ التي تجعل النظام الآتي ليس له حل (No solution). حل وحيد (Exactly one solution) وعدد لا نهائي من الحلول (Infinitely many solutions).

$$\begin{aligned} x - 2y + bz &= 3 \\ ax + 2z &= 2 \\ 5x + 2y &= 1 \end{aligned}$$

(ب)- جزء المصفوفة الآتية إلى حاصل ضرب مصفوفتين إحداهما مصفوفة مثلثية سفلى وأخرى مصفوفة مثلثية عليا

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

السؤال الرابع

(أ)- أوجد الجذر التربيعي للمصفوفة A الآتية:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2+3i & 6i \end{bmatrix}$$

(ب)- أوجد مباشرة المصفوفة A في المعادلة الآتية بإستخدام طريقة جاوس جوردن (Gauss – Jordan) وخواص المصفوفات مع توضيح خطوات الحل. ومن ثم أوجد قيم x, y, z.

$$A \begin{bmatrix} x & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 & 2 & y & 6 & z \\ 4 & 5 & 1 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 10 & 6 & 6 & 6 & 5 & 15 & 47 \end{bmatrix}$$

(ج)- بين أن (A^m) للمصفوفة الآتية تعطى بالعلاقة $(A^m = A^{m-2} + A^2 - I)$ حيث $(m \geq 3)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

مع الدعاء بالتوفيق