

أجب عن جميع الأسئلة الآتية

**ملاحظة الدرجة النماية (60) موزعة بالتساوي

السؤال الأول

- (أ) - اثبت أن إذا كان لدينا مصفوفة A من النوع $n \times n$ فإنه يمكن التعبير عنها كحاصل جمع مصفوفتين إحداها مصفوفة هرميتية وأخرى مصفوفة هرميتية متخالفة
- (ب) - أوجد جميع قيم k بحيث يكون لمنظومة المعادلات الخطية الآتية حل وحيد ، عدد لانهايني من الحلول ، لا يوجد حل حيث:

$$x_1 + x_2 + (k^2 - 5)x_3 = k$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

السؤال الثاني

(أ) - اثبت أن:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix} = xyz(x-y)(y-z)(z-x)$$

(ب) - مستخدما طريقة كرامر أوجد حل النظام الاتي مع توضيح خطوات الحل وطريقة حساب المحددات

$$\frac{2}{x_1} + \frac{3}{x_2} - \frac{1}{x_3} = 5, \quad \frac{-1}{x_1} - \frac{1}{x_2} + \frac{4}{x_3} = 9, \quad \frac{-1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 4$$

السؤال الثالث

(أ) - أوجد المصفوفة P التي تحول A إلى الصورة القطرية حيث أن:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}$$

(ب) - اتبت أن القيم الذاتية للمصفوفة الجامدة إما واحد أو الصفر

السؤال الرابع

(أ) - إذا كانت لدينا المصفوفة A معرفة كالتالي :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 6 \\ -6 & -7 & -7 \end{bmatrix}$$

والمتجهات الذاتية للمصفوفة A هي :

$$v_1 = (1, 0, -1), \quad v_2 = (0, 1, -1), \quad v_3 = (1, 2, -2)$$

أوجد القيم الذاتية لكل من :

$$(A^2 + 4I)^{-1}, A + I, A$$

(ب) - إذا كانت المصفوفة A هي :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{102} - 3A^{28} + A + I$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي للجميع النوفيق