جامعة مصراته – كلية الهندسة

القـــــسم الـعام

الامتحان النهائي لمقرر تحليل عددي

الفصل الدراسي: خريف 2013/ 2014 التاريخ / 02-02-2014 زمن الامتحان: ثلاث ساعات

أجب عن جميع الأسئلة التالية مبيناً بالتفصيل جميع خطوات الحل.

ملاحظة: ممنوع استعمال الآلات المبرمجة

السؤال الأول: (15 درجة)

أ) أوجد متسلسلة تايلور للدالة $f(x) = \ln(x)$ عند النقطة $x_0 = 1.0$، واستخدم الخمس حدود الأولى من المتسلسلة لإيجاد قيمة $\ln(1.5)$ وبدقة خمس أرقام عشرية، ثم احسب الخطأ النسبي المئوي.

ب)مستخدماً الثلاث حدود الأولى الغير صفرية من متسلسلة ماكلورين للدالة $sin^2(x)$ وبدقة 6 أرقام عشرية، أوجد ناتج التكامل التالي:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2(x)dx$$

وإذا علمت أن القيمة الحقيقية للتكامل هي (0.045293)، فأوجد النسبة المئوية للخطأ.

السؤال الثاني: (15 درجة)

أ) أوجد حدودية نيوتن للفروق الأمامية للبيانات التالية، وباستخدام صيغة نيوتن للفروق الأمامية احسب $P(0.1)$.

x	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4
y	-2	2	0	-2	2

ب)استعمل الفروق المقسومة لتجد $P(x)$ وكذلك لتقريب $P(1.13)$ وقارنها بالقيمة الحقيقية التي توافق الدالة $f(x) = e^x$ عند النقاط :

($x = 1.0, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$)

السؤال الثالث: (15 درجة)

أ) استخدم طريقة نيوتن رافسون للرتبة الثانية لإيجاد جذر للمعادلة الآتية:

$$\ln(x) = \cos(x)$$

صحيحاً إلى 5 أرقام عشرية، ومستخدماً قيمة ابتدائية $x_0 = 1$.

ب)استخدم المربعات الدنيا لإيجاد أفضل تقريب خطي للدالة $f(x) = e^{\sin(x)}$ للقيم: $x = [0, 1, 1.5, 2.5, 3]$، وهل التقريب الخطي لهذه الدالة في الفترة المذكورة جيد أم لا؟ ولماذا؟

السؤال الرابع: (15 درجة)

أ) يمكن ترتيب المعادلة $f(x) = x^2 - x$ بإضافة $10x$ لطرفيها والقسمة على 10 للحصول على الصيغة: $x = g(x) = \frac{x^2+9x}{10}$. ما هي قيم التخمين المبدئي x_0 التي تضمن الحصول على جذر باستخدام هذه الصيغة؟

ب)استخدم طريقة رانج-كوتا ذات المراحل الأربعة لتقدير حل مسألة القيم الابتدائية التالية: $y' = (1 - x)y^2 - y, \quad y(0) = 1$، عند $x = 1$، مستخدماً طول خطوة $h = 0.5$.

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي للجميع بالنجاح