الفصل الدراسي: ربيع 14-2015 | كلية الهندسة/ جامعة مصراتة | قسم الهندسة الكهربائية والالكترونية

الامتحان النهائي لمقرر: معالجة الإشارة الرقمية | الزمن: ساعتان ونصف

الموافق: 2015/08/1 | أستاذ المقرر: د. جلال عبدالسيد

اسم الطالب: .... رقم الطالب: ....

أجب عن جميع الأسئلة التالية (يسمح باستخدام الكمبيوتر)

السؤال الأول:(30 نقطة موزعة بالتساوي بين الفقرتين أ و ب)

أ- كم عدد الخانات (Bits) المطلوبة للمحول من التماثلي إلى الرقمي (A/D) بحيث نتحصل على نسبة الإشارة الى ضوضاء التكميه (SQNR) على الأقل 90 dB. افرض أن إشارة الدخل $x_a(t)$ وبقدرة σ_x^2 ينطبق عليها توزيع جاوس. افرض أن مجال أو مدى التكمية يتغير من $-3\sigma_x$ إلى $+3\sigma_x$ وهذا يعني أن $X_{max} = 3\sigma_x$. (باستخدام هذه القيمة للـ X_{max} ستكون هناك عينة واحدة من كل 1000 عينة تتجاوز قيمتها مدى المكمي). استخدم العلاقة:

باستخدام مكمي ذو $(B+1)$ من البتات تكون SQNR :

$$SQNR_{dB} = 6.02B + 10.81 - 20\log\left(\frac{X_{max}}{\sigma_x}\right)$$

ب- لجميع أجزاء هذا السؤال يمكن حساب الطيف الترددي من خلال العلاقة التالية:

$$X_r(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} X_N(k)\frac{\sin\left[\frac{N}{2}\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)\right]} e^{-j\frac{N-1}{2}\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)}$$

فإذا كانت $x(n)$ هي نبضة متقطعة مستطيلة طولها $L = 12$ ومعرفة من خلال العلاقة التالية: $x(n) = u(n) - u(n-12)$ فأوجد :

i. تعبير رياضي للطيف $X_r(\omega)$ إذا كانت $X_N(k)$ محسوبة باستخدام تحويل فورير المتقطع DFT ذو الـ 16 نقطة للإشارة $x(n)$ ثم استخدمت في المعادلة (1) حيث أن $N = 16$.

ii. كرر الفقرة السابقة ولكن باستخدام DFT ذو الطول 12 نقطة و $N = 12$.

iii. كرر الفقرة (أ) ولكن باستخدام DFT ذو الطول 8 نقطات و $N = 8$.

==

السؤال الثاني:(20 نقطة)

أ- اوجد الارتباط الذاتي autocorrelation، $r_{x_0x_0}(l)$ ، للمتسلسلة $x_0(n)$ مع توضيح موقع $l = 0$ (استخدم الجمع اللي بطريقة الجداول):

$$x_0(n) = u(n) - u(n-4) = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$$

ب- كرر الفقرة (أ) ولكن للمتسلسلة:

$$x_1(n) = e^{j\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)}[u(n) - u(n-4)]$$

==

السؤال الثالث:(15+10 نقطة)

إذا تم التعبير عن منظومة خطية متقطعة ما باستخدام معادلة الفروق التالية:

$$y(n) = j\, y(n-1) + x(n) - x(n-4)$$

أ- اكتب العلاقة الرياضية للاستجابة الترددية لهذه المنظومة $H(\omega)$. استخدم الماتلاب لرسم مقدار وزاوية هذه الاستجابة خلال المدى: $-\pi < \omega < \pi$.

ب- اوجد الخرج $y(n)$ عندما يكون الدخل يساوي:

$$x(n) = 1 + 2(-j)^n + 3(j)^n + 4(-1)^n$$

==

ا- السؤال الرابع:(15+10 نقاط)

أ- اوجد تحويل فورير المتقطع DTFT لكل مما يأتي:

1. $x(n) = \delta(n-3)$
2. $x(n) = \frac{1}{2}\delta(n+1) + \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1)$
3. $x(n) = a^n\, u(n), \qquad 0 < a < 1$

ب- في الفصل الخامس من المنهج تم دراسة توزيع fft لعدد 8 نقاط. قم برسم المخطط الصندوقي لعدد 16 نقطة بنفس الخوارزمية (خوارزمية توزيع العينات بالاعتماد على الأساس 2)

تمنياتي للجميع بالتوفيق

بعض العلاقات الرياضية

الترابط بين الإشارتين: $x(n)$ و $y(n)$: $r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l) = x(l) * y(-l)$

Sequence Sum Formulas

Sum	Condition
$\sum_{k=N_1}^{N_2} a^k = \frac{a^{N_1}-a^{N_2+1}}{1-a}$	none
$\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$	none
$\sum_{k=0}^{n} ka^k = \frac{a[1-(n+1)a^n+na^{n+1}]}{(1-a)^2}$	none
$\sum_{k=0}^{\infty} a^k = \frac{1}{1-a}$	$\lvert a\rvert < 1$
$\sum_{k=0}^{\infty} ka^k = \frac{a}{(1-a)^2}$	$\lvert a\rvert < 1$

Fourier Transform Symmetry Properties

Sequence $x[n]$	Fourier Transform $X(e^{j\omega})$
1. $x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
2. $x^*[-n]$	$X^*(e^{j\omega})$
3. $\mathcal{R}e\{x[n]\}$	$X_e(e^{j\omega})$ (conjugate symmetric part of $X(e^{j\omega})$)
4. $j\mathcal{I}m\{x[n]\}$	$X_o(e^{j\omega})$ (conjugate anti - symmetric part of $X(e^{j\omega})$)
5. $x_e[n]$	$X_R(e^{j\omega})$
6. $x_o[n]$	$jX_I(e^{j\omega})$
Real $x[n]$ only	
7. Any real $x[n]$	$X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega})$ (FT is conjuugate symmetric)
8. Any real $x[n]$	$X_R(e^{j\omega}) = X_R(e^{-j\omega})$ (real part is even)
9. Any real $x[n]$	$X_I(e^{j\omega}) = -X_I(e^{-j\omega})$ (imaginary part is odd)
10. Any real $x[n]$	$\lvert X(e^{j\omega})\rvert = \lvert X(e^{-j\omega})\rvert$ (magnitude is even)
11. Any real $x[n]$	$\angle X(e^{j\omega}) = -\angle X(e^{-j\omega})$
12. $x_e[n]$ (even part)	$X_R(e^{j\omega})$
13. $x_o[n]$ (odd part)	$jX_I(e^{j\omega})$

DTFT and IDTFT formulas

DTFT	IDTFT
$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$	$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(\omega)\, e^{j\omega n}\, d\omega$

Summary of Fourier Transform Theorems

Sequence $x[n], y[n]$	Fourier Transform $X(e^{j\omega}), Y(e^{j\omega})$
1. $ax[n] + by[n]$	$aX(e^{j\omega}) + bY(e^{j\omega})$
2. $x[n - n_d]$ (n_d an integer)	$e^{-j\omega n_d}X(e^{j\omega})$
3. $e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
4. $x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$ if $x[n]$ real $X^*(e^{j\omega})$
5. $nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
6. $x[n] * y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
7. $x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$
Parsevals Theorem	
8. $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \lvert x[n]\rvert^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \lvert X(e^{j\omega})\rvert^2 d\omega$	
9. $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y^*[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega})d\omega$	

Useful Fourier Transform Pairs

Sequence	Fourier Transform
1. $\delta[n]$	1
2. $\delta[n-n_0]$	$e^{-j\omega n_0}$
3. $1 \quad (-\infty < n < \infty)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega + 2\pi k)$
4. $a^n u[n] \quad (\|a\| < 1)$	$\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}$
5. $u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\delta(\omega + 2\pi k)$
6. $(n+1)a^n u[n]$	$\frac{1}{(1-ae^{-j\omega})^2}$
7. $\frac{r^n \sin\omega_p(n+1)}{\sin\omega_p} u[n] \quad (\|r\| < 1)$	$\frac{1}{1-2r\cos\omega_p e^{-j\omega} + r^2 e^{-j2\omega}}$
8. $\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}$	$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & \|\omega\| < \omega_c \\ 0, & \omega_c < \|\omega\| < \pi \end{cases}$
9. $x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \le n \le M \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	$\frac{\sin[\omega(M+1)/2]}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega M/2}$
10. $e^{j\omega_0 n}$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega - \omega_0 + 2\pi k)$
11. $\cos(\omega_0 n + \phi)$	$\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[e^{j\phi}\delta(\omega - \omega_0 + 2\pi k) + e^{-j\phi}\delta(\omega + \omega_0 + 2\pi k)\right]$

formulas DFT and IDFT

DFT	IDFT
$X[k] \triangleq \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$	$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$.