

أجب عن جميع الأسئلة التالية مبيناً بالتفصيل جميع خطوات الحل.

السؤال الأول: (6 درجات)

أثبت ما إذا كانت المنظومات التالية خطية أم لا:

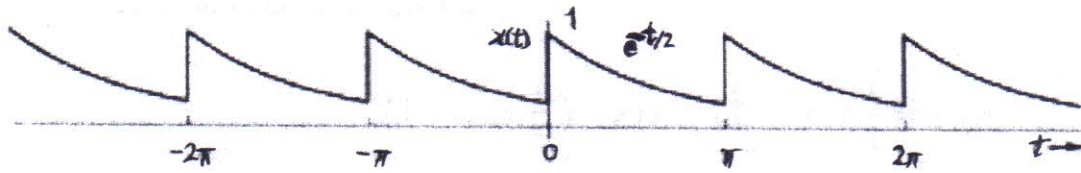
$$y(t) = ax(t) + b \quad -1$$

$$y(n) = x^2(n) \quad -2$$

السؤال الثاني: (6 درجات + 6 درجات = 12 درجة)

(أ) نظام معين يعطي خرجاً $y(t) = e^{-t}u(t)$ لدخل $x(t) = e^{-2t}u(t)$ مستخدماً تحويل فورير أوجد الاستجابة الترددية وكذلك الاستجابة النبضية للنظام..

(ب) أوجد متسلسلة فورير للأسية للإشارة المبينة في الشكل التالي:

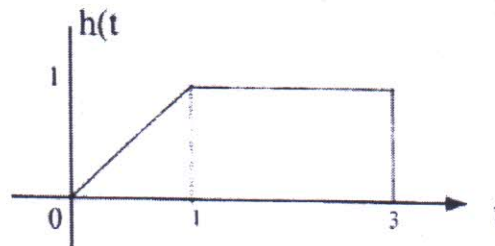
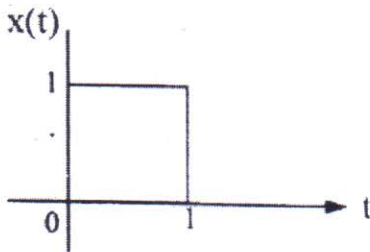


السؤال الثالث: (6 درجات + 6 درجات = 12 درجة)

(أ) باستخدام الجمع اللي، أوجد خرج المنظومة ذات الزمن المتقطع التي دخلها

$$x(n) = u(n) \quad \text{واستجابتها النبضية: } h(n) = a^n u(n)$$

(ب) أوجد التكامل اللي بين الدالتين الموضحتين في الشكل التالي:



السؤال الرابع: (4 درجات + 6 درجات = 10 درجات)

أ- أوجد $x(t)$ إذا كانت :-

$$X(s) = \frac{s^2 + 2s - 2}{s(s + 2)(s - 3)}, \text{Re}(s) > 3$$

ب- لدالة التحويل $H(s) = \frac{2s^2 + 6s + 6}{s^2 + 3s + 2}$ ، إذا كان الدخل $x(t) = e^{-3t}u(t)$ أوجد الخرج $y(t)$ ومن ثم أوجد قيمة $y(0)$ باستخدام نظرية القيمة الابتدائية (مع العلم أن $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$)

السؤال الخامس: (10 درجات)

باستخدام تحويل z ، أوجد دالة التحويل والاستجابة النبضية لنظام LTI المتقطع زمنياً والموصوف بالمعادلة الفرقية التالية:

$$y(n) = \frac{1}{2}y(n - 1) + x(n) + \frac{1}{3}x(n - 1)$$

مع العلم أن القيم الابتدائية تساوي صفراً، وأنه يمكن استخدام العلاقة التالية:

$$x(n - 1] \leftrightarrow z^{-1}X(z) + x(-1)$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق



بعض خواص تحويل Z

نطاق التقارب	$X(Z)$	$x(n)$	التسمية
على الأقل $DX_1 + DX_2$	$a_1 X_1(Z) + a_2 X_2(Z)$	$a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)$	الخطية
$ Z \neq 0$ $0 < Z < \infty$ D_X	$Z^{-n_0} X(Z)$	$x(n - n_0)$	التأخير الزمني
$ a R_{X^+} > Z < a R_{X^-}$	$X(Z/a)$	$a^n x(n)$	الضرب في a^n
$R_{X^+} > Z < R_{X^-}$	$X(Z^{-1})$	$x(-n)$	العكس الزمني
$D_{X_1} \cap D_{X_2}$	$X_1(Z) X_2(Z)$	$x_1(n) * x_2(n)$	الجمع اللي
D_X	$-Z \frac{dX(Z)}{dZ}$	$nx(n)$	التفاضل في نطاق Z
على الأقل $D_X \cap (Z > 1)$	$\frac{1}{1 - Z^{-1}} X(Z)$	$\sum_{k=-\infty}^n X(k)$	الجمع
$ Z < a $	$-Z^a \int Z^{-a-1} X(Z) dZ$	$\frac{x(n)}{n+a}$	القسم على $n+a$

تحويلات فوريير

$F(\omega)$	$f(t)$	رقم
1	$\delta(t)$ impulse	1
$2\pi A \delta(\omega)$	A Constant	2
$\frac{2}{j\omega}$	Sgn(t)	3
$\pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$	U(t) Step	4
$\frac{1}{(a + j\omega)}$	$e^{-at} u(t)$	5
$\frac{1}{(a - j\omega)}$	$e^{at} u(-t)$	6
$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$	$e^{-a t }$	7
$2\pi \delta(\omega - \omega_0)$	$e j\omega_0 t$	8
$\pi [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$	$\cos \omega_0 t$	9
$j\pi [\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$	$\sin \omega_0 t$	10

بعض تحويلات لابلاس

نطاق التقارب ROC	X(S)	x(t)	ر. ك.
كل s	1	$\delta(t)$	1
$\sigma > 0$	$\frac{1}{s}$	$u(t)$	2
$\sigma < 0$	$\frac{1}{s}$	$-u(-t)$	3
كل s	e^{-st_0}	$\delta(t - t_0)$	4
$\sigma > 0$	$\frac{1}{s^2}$	$tu(t)$	5
كل s	s	$\delta'(t)$	6
$\sigma > -\text{Re}\{a\}$	$\frac{1}{s+a}$	$e^{-at}u(t)$	7
$\sigma > 0$	$\frac{n_1}{s^{n+1}}$	$t^n u(t)$	8
$-\text{Re}\{a\} < \sigma$	$\frac{n_1}{(s+a)^{n+1}}$	$t^n e^{-at} u(t)$	9
$-\text{Re}\{a\} < \sigma < \text{Re}\{a\}$	$\frac{2a}{a^2 - s^2}$	$e^{-a t } u(t)$	10
$\max(0, \text{Re}\{a\}) < \sigma$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$(1 - e^{-at}) u(t)$	11
$\sigma > 0$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$(\text{Cos } \omega_0 t) u(t)$	12
$\sigma > 0$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$(\text{Sin } \omega_0 t) u(t)$	13
$-\sigma < \text{Re}\{a\}$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$(e^{-at} \text{Cos } \omega_0 t) u(t)$	14
$-\sigma < \text{Re}\{a\}$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$(e^{-at} \text{Sin } \omega_0 t) u(t)$	15
كل s	$\left(\frac{\text{Sinh}(s/2)}{s/2}\right)^2$	$\begin{cases} 1 - t , & t < 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$	16
كل s	$\frac{1}{1 - e^{-sT}}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT)$	17

بعض خواص تحويل لابلاس

نطاق التقارب ROC	X(S)	x(t)	الخاصية
$\max(\alpha_1, \alpha_2) < \sigma < \min(B_1, B_2)$	$a_1 X_1(S) + a_2 X_2(S)$	$a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)$	الخطية Linearity
$ a \alpha < \sigma < a \beta$	$\frac{1}{ a } X(S/a)$	$x(at)$	التدريج Scaling
$\alpha < \sigma < \beta$	$e^{-s\tau} X(S)$	$x(t-\tau)$	الإزاحة الزمنية Time shift
$\alpha - \text{Re}(a) < \sigma < \beta - \text{Re}(a)$	$X(S+a)$	$e^{-at} x(t)$	الإزاحة الترددية Frequency shift
مشابهة للخاصية الثالثة	$X_1(S)X_2(S)$	$x_1(t) * x_2(t)$	التعامل الزمني Time Convolution
$\alpha_1 + \alpha_2 < \sigma < \beta_1 + \beta_2$ $\alpha_1 < C < \beta_1$	$\frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X_1(u)X_2(S-u)du$	$x_1(t)x_2(t)$	التعامل الترددي Frequency Conv.
مشابهة للخاصية الثالثة	ثنائي الجهة $SX(S)$ أحادي الجهة $SX(S) - x(0)$	$\frac{dx(t)}{dt}$	التفاضل الزمني Time differen.
$\max(\alpha, 0) < \sigma < \beta$ $\alpha < \sigma < \min(\beta, 0)$	$\frac{X(S)}{S}$ $\frac{X(S)}{S}$	$\int_{-\infty}^t x(u)du$ $\int_t^{\infty} x(u)du$	التعامل الزمني Time integrat.
مشابهة للخاصية الثالثة	$\frac{d^n X(S)}{dS^n}$	$(-t)^n x(t)$	التفاضل الترددي Freq. Differ.

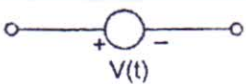
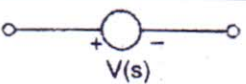
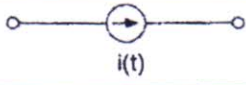
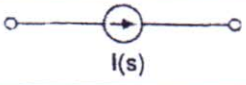
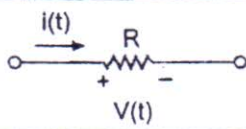
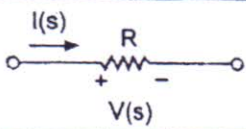
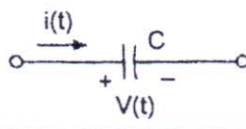
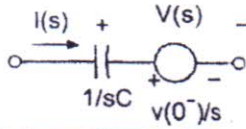
بعض المتتاليات المتقطعة

$\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k = \frac{1}{1-\beta}, \beta < 1$	$\sum_{k=0}^n \beta^k = \frac{1-\beta^{n+1}}{1-\beta}$
$\sum_{n=n_1}^{n_2} a^k = \begin{cases} \frac{1-a^{n_2+1}}{1-a} & a \neq 0 \\ n_2 - n_1 + 1 & a = 1 \end{cases}$	$\sum_{k=1}^{\infty} \beta^k = \frac{\beta}{1-\beta}, \beta < 1$

بعض تحويلات Z المضمورة

نطاق التقارب	$X(Z)$	$x(n)$	رقم
كل Z	1	$\delta(n)$	1
$ Z > 1$	$\frac{1}{1-Z^{-1}}$	$u(n)$	2
$ Z < 1$	$\frac{1}{1-Z^{-1}}$	$-u(-n-1)$	3
كل Z عدا الصفر	Z^{-m}	$\delta(n-m)$	4
$ Z > \alpha $	$\frac{1}{1-\alpha Z^{-1}}$	$\alpha^n u(n)$	5
$ Z < \alpha $	$\frac{1}{1-\alpha Z^{-1}}$	$-\alpha^n u(-n-1)$	6
$ Z > \alpha $	$\frac{\alpha Z^{-1}}{(1-\alpha Z^{-1})^2}$	$n\alpha^n u(n)$	7
$ Z < \alpha $	$\frac{\alpha Z^{-1}}{(1-\alpha Z^{-1})^2}$	$-n\alpha^n u(-n-1)$	8
$ Z > 1$	$\frac{1 - [\cos\Omega_0]Z^{-1}}{1 - 2[\cos\Omega_0]Z^{-1} + Z^{-2}}$	$[\cos\Omega_0 n]u(n)$	9
$ Z > 1$	$\frac{1 - [\sin\Omega_0]Z^{-1}}{1 - 2[\cos\Omega_0]Z^{-1} + Z^{-2}}$	$[\sin\Omega_0 n]u(n)$	10
$ Z > r$	$\frac{1 - [r\cos\Omega_0]Z^{-1}}{1 - 2[r\cos\Omega_0]Z^{-1} + r^2 Z^{-2}}$	$[r^n \cos\Omega_0 n]u(n)$	11

تحويلات لابلاس للعناصر الكهربائية

S. No.	Circuit parameter	Time domain	s-domain
1.	Voltage source		
2.	Current source		
3.	Resistance		
4.	Capacitance		
5.	Inductance	