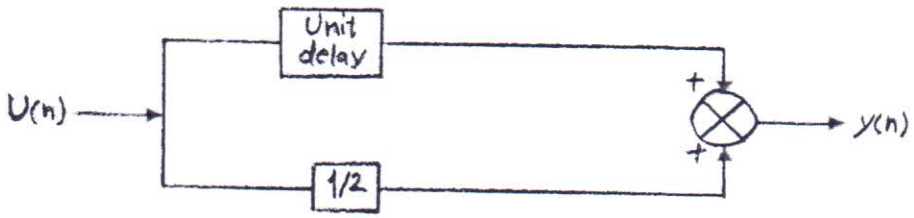
كلية الهندسة ــ جامعة مصراته

فصل الربيع 2014/2013 — القسم/ الهندسة الكهربائية
المقرر/ نظم خطية — الامتحان النهائي — الزمن/ ثلاث ساعات
التاريخ / 21-06-2014 م — أستاذ المادة/ أ. محمد عبدالرحيم

أجب عن جميع الأسئلة التالية مبيناً بالتفصيل جميع خطوات الحل.

السؤال الأول: (12 درجة)

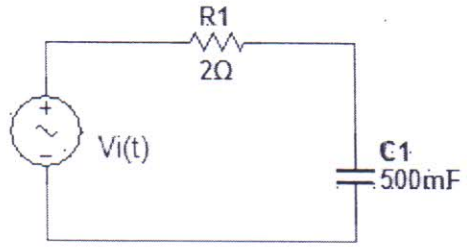
أ) أثبت ما إذا كانت المنظومتان التاليتان خطيتان أم لا:



1

$$y(t) = \alpha u(t) + \beta u(t-1) + \gamma [u(t-2)]^2$$ 2

ب) الدائرة في الشكل التالي في حالة سكون ابتدائي ثم تعرضت لدخل $V_i(t)$، حيث $V_i(t) = 10\cos(4t).u(t)$. أوجد $V_o(t)$ باستخدام المعادلات التفاضلية.



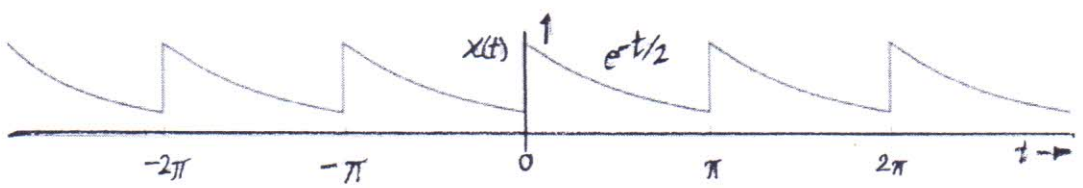
السؤال الثاني: (12 درجة)

أ) الاستجابة النبضية لنظام متصل زمنياً يعبر عنها بالمعادلة الآتية:

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-t/RC} u(t)$$

أوجد الاستجابة الترددية وارسم كلاً من المقدار والطور.

ب) أوجد متسلسلة فورير الأسية للإشارة المبينة في الشكل التالي، وارسم الطيف الخطي لها:

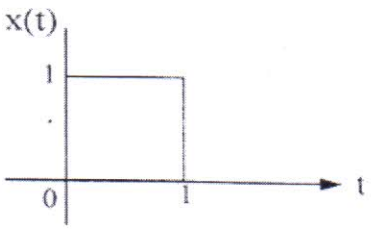


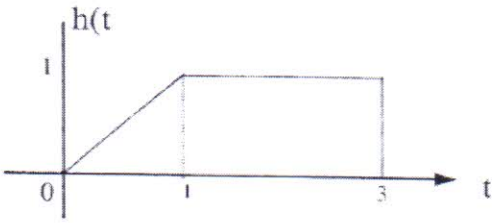
السؤال الثالث: (12 درجة)

أ) بفرض أن المصفوفة التالية هي مصفوفة المعاملات لنظام معين. أوجد الجذور، ثم أوجد المصفوفة e^{ta}

$$a = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

ب) أوجد التكامل اللي بين الدالتين الموضحتين في الشكل التالي:

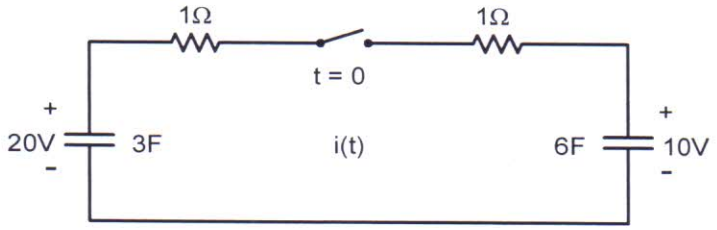




السؤال الرابع: (12 درجة)

أ) لدالة التحويل $H(s) = \frac{s+3}{s(s+2)}$، إذا كان الدخل $x(t) = 3u(t)$ أوجد الخرج $y(t)$ ومن ثم أوجد قيمة $y(0)$ باستخدام نظرية القيمة الابتدائية.

ب) للدائرة المبينة في الشكل التالي، المفتاح مقفل عند $t = 0.3\ sec$. المكثف $3F$ ابتدائياً مشحون لـ $20V$، والمكثف $6F$ مشحون لـ $10V$. اوجد $i(t)$ باستخدام تحويل لابلاس للعناصر.



السؤال الخامس: (12 درجة)

أ) أوجد وارسم الاستجابة الترددية للمنظومة (ارسم القيمة والطور) ذات الاستجابة النبضية التالية: $h(n) = a^n u(n), |a| < 1$ على أن يكون الرسم في النطاق الترددي من -2π إلى 2π، و $a = 0.5$.

ب) باستخدام تحويل z، أوجد دالة التحويل والاستجابة النبضية لنظام LTI متقطع زمنياً والموصوف بالمعادلة الفرقية:

$$y(n+2) - 5y(n+1) + 6y(n) = 3x(n+1) + 5x(n)$$

مع العلم أن القيم الابتدائية $y(-2) = \frac{37}{36}, y(-1) = \frac{11}{6}$. وأن الدخل معطى بالمعادلة

$$x(n) = (2)^{-n} u(n)$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي للجميع بالنجاح

تحويلات فوريير

ر.م	$f(t)$	$F(W)$
1	$\delta(t)$ impulse	1
2	A Constant	$2\pi A\delta(\omega)$
3	$Sgn(t)$	$\frac{2}{j\omega}$
4	$U(t)$ Step	$\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$
5	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(a+j\omega)}$
6	$e^{at}u(-t)$	$\frac{1}{(a-j\omega)}$
7	$e^{-a\lvert t\rvert}$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$
8	$ej\omega_o t$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
9	$Cos\omega_o t$	$\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$
10	$Sin\omega_o t$	$j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$

بعض خواص تحويل Z

الخاصية	$x(n)$	$X(Z)$	نطاق التقارب
الخطية	$a_1x_1(n)+a_2x_2(n)$	$a_1X_1(Z)+a_2X_2(Z)$	على الأقل DX_1+DX_2
التأخير الزمني	$x(n-n_0)$	$Z^{-n_0}X(Z)$	$\lvert Z\rvert\neq 0$ $0<\lvert Z\rvert<\infty$ D_X
الضرب في a^n	$a^n x(n)$	$X\left(Z/a\right)$	$\lvert a\rvert R_{X^-}<\lvert Z\rvert<\lvert a\rvert R_{X^+}$
العكس الزمني	$x(-n)$	$X\left(Z^{-1}\right)$	$R_{X^-}<\lvert Z\rvert<R_{X^+}$
الجمع اللي	$x_1(n)*x_2(n)$	$X_1(Z)X_2(Z)$	$D_{X_1}\cap D_{X_2}$
التفاضل في نطاق Z	$nx(n)$	$-Z\frac{dX(Z)}{dZ}$	D_X
الجمع	$\sum_{k=-\infty}^{n}X(k)$	$\frac{1}{1-Z^{-1}}X(Z)$	على الأقل $D_X\cap(\lvert Z\rvert>1)$
القسمة على $n+a$	$\frac{x(n)}{n+a}$	$-Z^a\int Z^{-a-1}X(Z)dZ$	$\lvert Z\rvert<\lvert\alpha\rvert$

بعض تحويلات لابلاس

ر.م	$x(t)$	X(S)	نطاق التقارب ROC
1	$\delta(t)$	1	كل s
2	$u(t)$	$1/s$	$\sigma>0$
3	$-u(-t)$	$1/s$	$\sigma<0$
4	$\delta(t-t_0)$	e^{-st_0}	كل s
5	$tu(t)$	$1/s^2$	$\sigma>0$
6	$\delta'(t)$	s	كل s
7	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\sigma>-\mathrm{Re}\{a\}$
8	$t^n u(t)$	$\frac{n_i}{s^{n+1}}$	$\sigma>0$
9	$t^n e^{-at}u(t)$	$\frac{n_i}{(s+a)^{n+1}}$	$-\mathrm{Re}\{a\}<\sigma$
10	$e^{-a\lvert t\rvert}u(t)$	$\frac{2a}{a^2-s^2}$	$-\mathrm{Re}\{a\}<\sigma<\mathrm{Re}\{a\}$
11	$(1-e^{-at})u(t)$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\max(0,\mathrm{Re}\{a\})<\sigma$
12	$(Cos\omega_0 t)u(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$\sigma>0$
13	$(Sin\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$\sigma>0$
14	$(e^{-at}Cos\omega_0 t)u(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$-\sigma<\mathrm{Re}\{a\}$
15	$(e^{-at}Sin\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$-\sigma<\mathrm{Re}\{a\}$
16	$\begin{cases}1-\lvert t\rvert, & \lvert t\rvert<1\\ 0, & \lvert t\rvert>1\end{cases}$	$\left(\frac{Sinh(s/2)}{s/2}\right)^2$	كل s
17	$\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)$	$\frac{1}{1-e^{-ST}}$	كل s

بعض خواص تحويل لابلاس

الخاصية	$x(t)$	X(S)	نطاق التقارب ROC
الخطية Linearity	$a_1x_1(t)+a_2x_2(t)$	$a_1X_1(S)+a_2X_2(S)$	$\max(\alpha_1,\alpha_2)<\sigma<\min(B_1,B_2)$
التحدرج Scaling	$x\ (at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X\ (S/a)$	$\lvert a\rvert\alpha<\sigma<\lvert a\rvert\beta$
الإزاحة الزمنية Time shift	$x\ (t-\tau)$	$e^{-\tau s}X(S)$	$\alpha<\sigma<\beta$
الإزاحة الترددية Frequency shift	$e^{-at}x(t)$	$X(S+a)$	$\alpha-\mathrm{Re}(a)<\sigma<\beta-\mathrm{Re}(a)$
التكامل الليي الزمني Time Convolution	$x_1(t)*x_2(t)$	$X_1(S)X_2(S)$	مشابهة للخاصية الثالثة
التكامل الليي الترددي Frequency Conv.	$x_1(t)x_2(t)$	$\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}X_1(u)X_2(S-u)du$	$\alpha_1+\alpha_2<\sigma<\beta_1+\beta_2$ $\alpha_1<C<\beta_1$
التفاضل الزمني Time diffren.	$\frac{dx(t)}{dt}$	ثاني الجهة $SX(S)$ أحادي الجهة $SX(S)-x(0)$	مشابهة للخاصية الثالثة
التكامل الزمني Time integrat.	$\int_{-\infty}^{t}x(u)du$ $\int_{t}^{\infty}x(u)du$	$\frac{X(S)}{S}$ $\frac{X(S)}{S}$	$\max(\alpha,0)<\sigma<\beta$ $\alpha<\sigma<\min(\beta,0)$
التفاضل الترددي Freq. Differ.	$(-t)^n x(t)$	$\frac{d^nX(S)}{dS^n}$	مشابهة للخاصية الثالثة

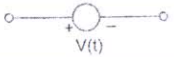
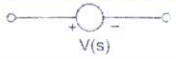
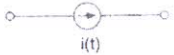
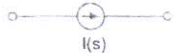
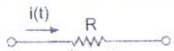
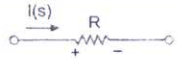
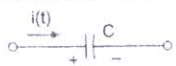
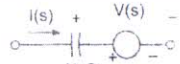
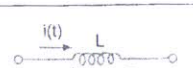
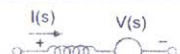
بعض المتتاليات المتقطعة

$\sum_{k=0}^{\infty}\beta^k=\frac{1}{1-\beta}\ ,\ \lvert\beta\rvert<1$	$\sum_{k=0}^{n}\beta^k=\frac{1-\beta^{n+1}}{1-\beta}$
$\sum_{n=n_1}^{n_2}a^k=\begin{cases}\frac{1-a^{n+1}}{1-a} & a\neq 0\\ n_2-n_1+1 & a=1\end{cases}$	$\sum_{k=1}^{\infty}\beta^k=\frac{\beta}{1-\beta}\ ,\lvert\beta\rvert<1$

بعض تحويلات Z المشهورة

رقم	$x(n)$	X(Z)	نطاق التقارب
1	$\delta(n)$	1	كل Z
2	$u(n)$	$\frac{1}{1-Z^{-1}}$	$\lvert Z\rvert>1$
3	$-u(-n-1)$	$\frac{1}{1-Z^{-1}}$	$\lvert Z\rvert<1$
4	$\delta(n-m)$	Z^{-m}	كل Z عدا الصفر
5	$\alpha^n u(n)$	$\frac{1}{1-\alpha Z^{-1}}$	$\lvert Z\rvert>\lvert\alpha\rvert$
6	$-\alpha^n u(-n-1)$	$\frac{1}{1-\alpha Z^{-1}}$	$\lvert Z\rvert<\lvert\alpha\rvert$
7	$n\alpha^n u(n)$	$\frac{\alpha Z^{-1}}{(1-\alpha Z^{-1})^2}$	$\lvert Z\rvert>\lvert\alpha\rvert$
8	$-n\alpha^n u(-n-1)$	$\frac{\alpha Z^{-1}}{(1-\alpha Z^{-1})^2}$	$\lvert Z\rvert<\lvert\alpha\rvert$
9	$[Cos\Omega_0 n]u(n)$	$\frac{1-[Cos\Omega_0]Z^{-1}}{1-2[Cos\Omega_0]Z^{-1}+Z^{-2}}$	$\lvert Z\rvert>1$
10	$[Sin\Omega_0 n]u(n)$	$\frac{1-[Sin\Omega_0]Z^{-1}}{1-2[Cos\Omega_0]Z^{-1}+Z^{-2}}$	$\lvert Z\rvert>1$
11	$[r^n Cos\Omega_0 n]u(n)$	$\frac{1-[rCos\Omega_0]Z^{-1}}{1-2[rCos\Omega_0]Z^{-1}+r^2Z^{-2}}$	$\lvert Z\rvert>r$

تحويلات لابلاس للعناصر الكهربائية

S. No.	Circuit parameter	Time domain	s-domain
1.	Voltage source		
2.	Current source		
3.	Resistance		
4.	Capacitance		
5.	Inductance		

تحويلات فوريه

ر.م	$f(t)$	$F(W)$
1	$\delta(t)$ impulse	1
2	A Cons tan t	$2\pi A\delta(\omega)$
3	$Sgn(t)$	$\frac{2}{j\omega}$
4	$U(t)$ Step	$\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$
5	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(a+j\omega)}$
6	$e^{at}u(-t)$	$\frac{1}{(a-j\omega)}$
7	$e^{-a\|t\|}$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$
8	$ej\omega_o t$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
9	$Cos\omega_o t$	$\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$
10	$Sin\omega_o t$	$j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$

بعض خواص تحويل Z

الخاصية	$x(n)$	$X(Z)$	نطاق التقارب
الخطية	$a_1x_1(n)+a_2x_2(n)$	$a_1X_1(Z)+a_2X_2(Z)$	على الأقل DX_1+DX_2
التأخير الزمني	$x(n-n_0)$	$Z^{-n_0}X(Z)$	$\|Z\|\neq 0$ $0<\|Z\|<\infty$ Dx
الضرب في a^n	$a^n x(n)$	$X(Z/a)$	$\|a\|R_{x^+}>\|Z\|<\|a\|R_{x^-}$
العكس الزمني	$x(-n)$	$X(Z^{-1})$	$R_{x^+}>\|Z\|<R_{x^-}$
الجمع الليي	$x_1(n)*x_2(n)$	$X_1(Z)X_2(Z)$	$D_{X_1}\cap D_{X_2}$
التفاضل في نطاق Z	$nx(n)$	$-Z\frac{dX(Z)}{dZ}$	D_X
الجمع	$\sum_{k=-\infty}^{n}X(k)$	$\frac{1}{1-Z^{-1}}X(Z)$	على الأقل $D_X\cap(\|Z\|>1)$
القسمة على $n+a$	$\frac{x(n)}{n+a}$	$-Z^a\int Z^{-a-1}X(Z)dZ$	$\|Z\|<\|\alpha\|$