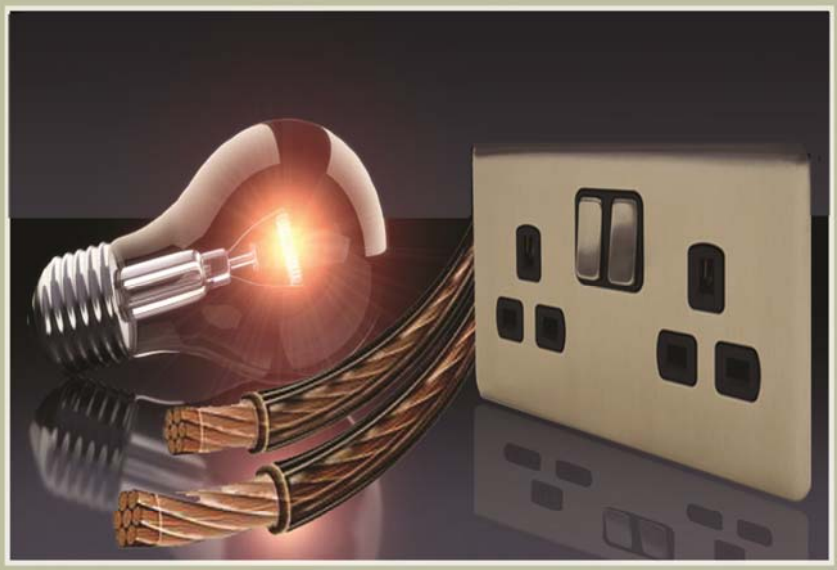
المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الكليات التقنية

الحقيبة التدريبية :

دوائر كهربائية- ٢

في تخصصات
الآلات والمعدات الكهربائية
و القوى الكهربائية ومشغل لوحة التحكم



مقدمة

الحمد لله وحده،والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد بن عبدالله وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على الله ثم على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي: لتصل بعون الله تعالى إلى مصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته ، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " دوائر كهربائية - ٢ " لمتدربي تخصصات " **الآلات والمعدات الكهربائية والقوى كهربائية و مشغل لوحة التحكم** " للكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجلً أن تسهم بالشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، مدعم بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه؛ إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفهــرس

الموضـــوع	رقم الصفحة
مقدمه	١
تمهيد	٥
الوحدةالأولى : مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره	٦
الفصل الأول : التيار المتردد	٨
تعريف التيار المتردد	٨
كيفية توليد التيار المتردد	٨
التيار المتردد الجيبي	١٠
الموجة	١٠
التردد (f) والزمن الدوري (T)	١١
القيمة اللحظية	١٢
القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة	١٤
معامل الشكل ومعامل القيمة العظمى	١٧
التمثيل الاتجاهي والمطاور (Phasor)	١٨
جبر المتجهات	٢٠
مسائل الفصل الأول	٢٥
الفصل الثاني : المقاومة الأومية والممانعات الحثية والسعوية دوائر التيار المتردد	٢٦
المقاومة المادية في دائرة التيار المتردد	٢٦
الممانعة الحثية في دائرة التيار المتردد	٢٧
الممانعة السعوية في دائرة التيار المتردد	٢٨
قانون أوم والمخطط اللاتجاهي	٢٩

الموضـــوع	رقم الصفحة
المعاوقة المركبة	٢٩
التوصيل على التوالي	٣٢
قانون توزيع الجهد	٣٧
الرنين في دوائر التوالي	٣٨
التوصيل على التوازي	٤٢
قانون توزيع التيار	٤٧
الرنين في دوائر التوازي	٤٨
التوصيل على التوالي – التوازي	٥١
قوانين كيرشوف في دوائر التيار المتردد	٥٥
مسائل الفصل الثاني	٦١
الفصل الثالث : القدرة الكهربائية للتيار المتردد	٦٣
القدرة الفعالة	٦٤
القدرة الظاهرية ومعامل القدرة	٦٥
القدرة غير الفعالة	٦٥
مثلث القدرة	٦٧
استخدام الواتميتر لقياس القدرة الفعالة	٧٢
مسائل الفصل الثالث	٧٤
الوحدةالثانية دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار	٧٦
الفصل الأول : وصف نظام التيار المتردد ثلاثي الأطوار وتحليل دوائره	٧٩

الموضـــوع	رقم الصفحة
وصف للنظام	٧٩
توليد الجهود ثلاثية الأطوار	٧٩
تمثيل الجهود وتتابعها	٨٠
التوصيل علي شكل نجمة ودلتا والعلاقة بين قيم الخط و قيم الوجه للتيار والجهد	٨٢
مولد موصول بتوصيلة النجمة	٨٢
مولد موصول بتوصيلة الدلتا	٨٣
توصيلات الأحمال	٨٥
التحويل من أحمال موصلة نجمة إلى دلتا والعكس	٨٩
التحويل من توصيلة الدلتا الى توصيلة النجمة المكافئة	٩٠
الفصل الثاني : القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار	٩٣
حسابات القدرة	٩٣
قياس القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار	٩٥
مسائل الوحدة الثانية	٩٧
المراجع	١٠٠

تمهيد

الحمد لله حمداً كثيراً كما ينبغي لجلال وجهه وعظيم سلطانه، والصلاة والسلام على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه، أما بعد

فإن مقرر الدوائر الكهربائية -2 يهدف إلى تعريف المتدرب بأساسيات وبمبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره بالإضافة إلي دوائر التيار المتردد ثلاثية الأوجه. ودراسة هذا المقرر ستمكن المتدرب إن شاء الله من:

- الإلمام بمبادئ التيار المتردد وكيفية تحليل دوائره .
- فهم التوصيلات المختلفة للمعاوقات في دوائر التيار المتردد.
- الإلمام بدوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار(الأوجه).

ولتحقيق هذه الأهداف بإذن الله تعالى فقد قسمت هذه الحقيبة التدريبية إلى وحدتين رئيستين:

الوحدة الأولى :

تعنى الوحدة الأولى بدراسة مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره، وقد قسمت إلى ثلاثة فصول:

الفصل الأول يتطرق إلى تعريف التيار المتردد وشرح خصائصه، فنعرف الدورة والتردد والقيمة اللحظية والقيمة الفعالة. الفصل الثاني ومنه سنعرف الأنواع المختلفة للمعاوقات كما نعرف مفهوم المطاور الذي يسهل كثيراً تحليل دوائر التيار المتردد. بعد ذلك سنشرح التوصيلات المختلفة للمعاوقات (التوصيل على التوالي، والتوصيل على التوازي، و التوصيل على توالي-والتوازي)، وسنبين بالأمثلة الخطوات المستعملة في التحليل.

أما الفصل الثالث فإنه يعنى بتعريف الأنواع المختلفة للقدرة الكهربائية في دوائر التيار المتردد و بتعريف معامل القدرة ذي الأهمية الكبرى في التقنية الكهربائية. كما سندرس الواتميتر المستعمل لقياس القدرة الفعالة.

الوحدة الثانية فسندرس فيها دوائر التيار المتردد ثلاثية الأوجه والتوصيلات المختلفة المستعملة في هذه الدوائر. وقد قسمت إلى فصلين:

في الفصل الأول سنقوم بوصف نظام التيار المتردد ثلاثي الأطوار مع ذكر طريقة توليد هذا النظام وتتابع الأطوار وكذلك سنتطرق إلى دراسة التوصيل علي شكل نجمة ودلتا والعلاقة بين قيم الخط و قيم الوجه للتيار و الجهد في حالتي التوصيلتين السابقتين.

وفي الفصل الأخير القدرة في الدوائر ثلاثية الأوجه كما سنشرح طريقة قياس القدرة باستعمال جهازي الواتميتر.

والله الموفق

الوحدة الأولى

مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

الهدف العام للوحدة: معرفة الخطوات المستعملة لتحليل دوائر التيار المتردد البسيطة.

الأهداف التفصيلية:

١. أن يلم المتدرب بخواص التيار المتردد وكيفية توليده .
٢. أن يلم المتدرب بتعريف الموجه – الزمن الدوري – التردد.
٣. أن يلم المتدرب بالممانعات الحثية والسعوية.
٤. أن يلم المتدرب بدوائر الرنين.
٥. أن يلم المتدرب بتعريف القدرة الظاهرية والفعالة وغير الفعالة.

الوحدة الأولى : مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

الفصل الأول : التيار المتردد

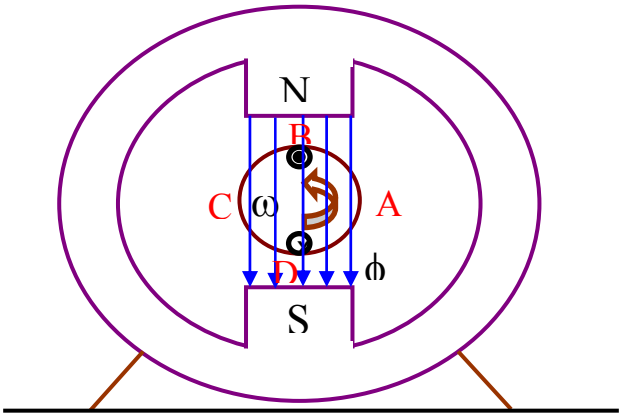
التيار المتردد هو الأكثر استعمالاً في كل مجالات التقنية الكهربائية، ولهذا يجب فهم خصائصه جيداً. وسنحاول شرح هذه الخصائص في هذا الفصل بإيجاز غير مخل.

١- ١- ١ تعريف التيار المتردد

يكون التيار (أو الجهد) متردداً إذا تغير اتجاهه و قيمته بشكل دوري منتظم مع الزمن t، بحيث يمر في كل دورة بنفس التغيرات التي مر بها في الدورة السابقة.

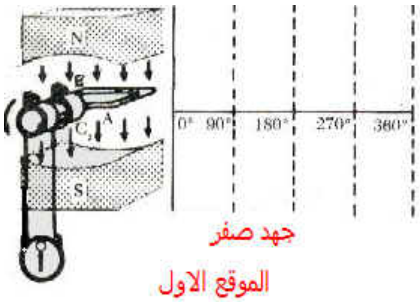
١- ١- ٢ كيفية توليد التيار المتردد

إذا وضع موصل كهربائي في مجال مغناطيسي متغير فإنه ينتج فيه قوة دافعة كهربائية مستحثة حسب قانون "فاراداي". و الشكل ١-١ يوضح مولد تيار متردد يحتوى على قطبين مغناطيسيين شمالي (N) وجنوبي (S) يدوران في اتجاه عقارب الساعة. المجال المغناطيسي الذي يقطع موصلات الملفين سيولد قوة دافعة كهربائية في هذه الموصلات. هذه القوة ستسبب مرور تيار إذا أغلقت دائرة الملفات عن طريق الحمل. ويكون اتجاه التيار متردداً ويمر بالصفر في الشكلين (a) و(c) كما يمر بقيمته العظمى في الشكل (b) ويمر بقيمته العظمى في الاتجاه المعاكس في الشكل (d). والشكل ١-٢ يوضح بالرسم عمليه توليد الموجه خلال الأربع مراحل السابقة.

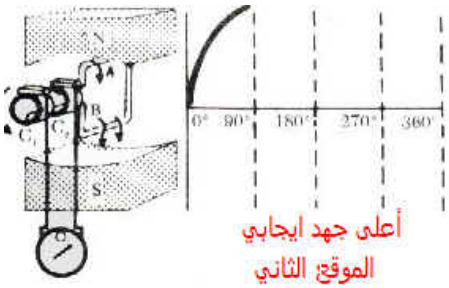


الشكل ١-١

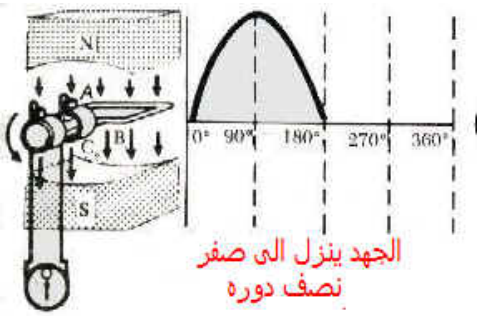
لاحظ وضع الملف
في هذا الموقع الجهد يساوي صفراً
وبالتالي لا يوجد تيار كهربائي.



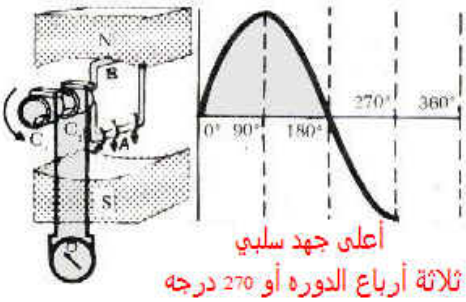
عند تحرك الملف ٩٠ درجه
الجهد وصل إلى أعلى قيمه ايجابيه له.



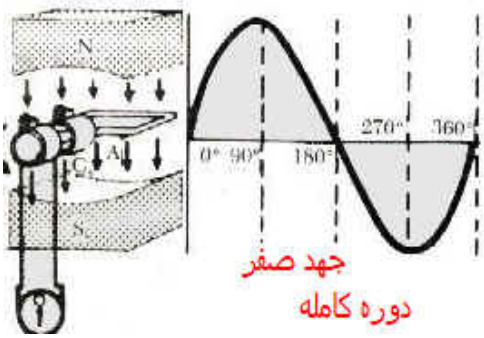
عندما يصل الملف إلى ١٨٠ درجه
يهبط الجهد مجددا إلى صفر.



أما عندما يصل الملف إلى ٢٧٠
درجه يصل الجهد إلى أعلى
قيمة سالبة له .



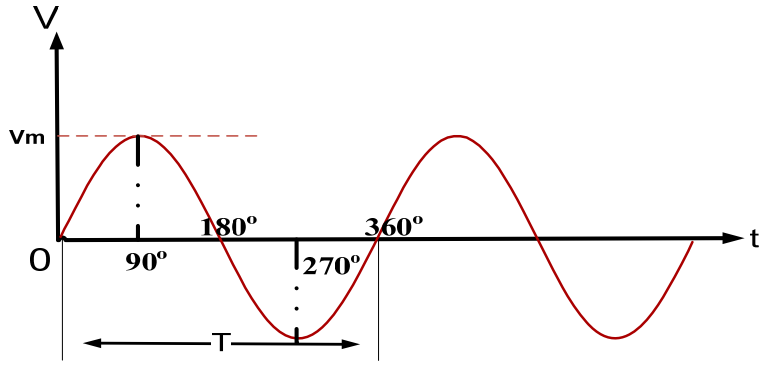
أخيراً ، عندما يكمل الملف دوره كاملة آي عند
٣٦٠ درجه يهبط الجهد إلى صفر



الشكل ١- ٢

١- ١- ٣ التيار المتردد الجيبي

إذا كان تغير التيار(أو الجهد) مع الزمن على شكل دالة جيبية فنقول إن التيار (أو الجهد) متردد جيبي ، وهذا الشكل هو الأكثر استعمالاً حيث إن المولدات المستعملة في الشبكات الكهربائية تنتج جهوداً قريبة جداً منه. ويمثل الشكل 1-3 جهداً متردداً جيبياً.



شكل 1-3 : الجهد المتردد الجيبي

حاله خاصة:.

للتحويل من التمثل الزاوي إلى الدرجي أو العكس نستخدم العلاقة التالية :.

$$\text{Radians} = (\pi / 180^{o}) \times \text{Degrees}$$
$$\text{Degrees} = (180^{o} / \pi) \times \text{Radians}$$

مثال : حول القيمة التالية من Degrees إلى Radians (30°)؟

$$30^{o} \Rightarrow 30^{o} \times \frac{\pi}{180^{o}} = \frac{\pi}{6} rad$$

١- ١- ٤ الموجة

هي المسار الذي يرسمه الجهد (أو التيار) بدلالة الزمن أو بدلالة كمية أخرى (كزاوية الطور كما سنرى فيما بعد). ونسمي نصف الموجة فوق المحور الأفقي النصف الموجب، أما النصف الآخر فيسمى النصف السالب.

١- ١- ٥ التردد (f) والزمن الدوري (T)

التردد (f) هو عدد الدورات التي ترسمها الموجة في زمن معين ، ووحدته الهرتز (Hertz ورمزه Hz) وهو يمثل عدد الدورات في الثانية. والزمن اللازم لإكمال موجة كاملة يسمى الزمن الدوري أو زمن الدورة(T) و بما أنه كلما انخفضت الدورة ازداد التردد بنفس النسبة آي أن العلاقة بين الزمن والتردد علاقة عكسية ، نستخلص أن

$$T=\frac{1}{f} \qquad ١-١$$

مثال ١- ١- ١: احسب زمن دورة موجة مترددة ترددها يساوي:

أ- 50 Hz

ب- 60 Hz

الحل :

أ- $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0.02s=20ms$

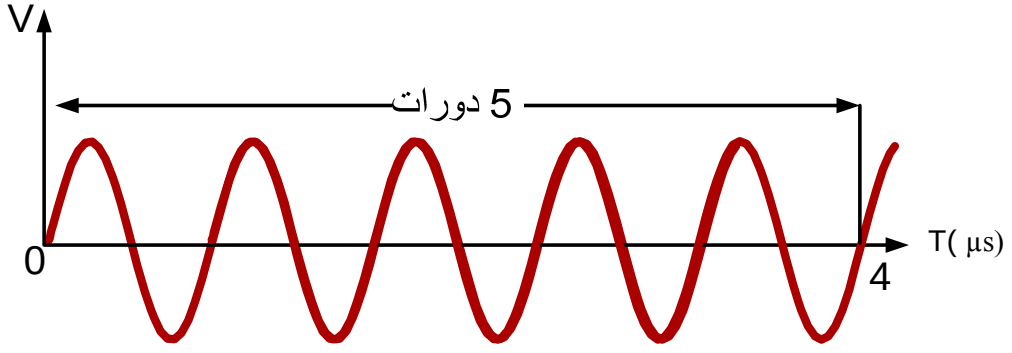
ب- $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{60}=0.01667s=16.67ms$

وهذان الترددان هما المستعملان في الشبكات الكهربائية عبر العالم (في المملكة العربية السعودية تستعمل 60 Hz).

مثال ١- ١- ٢: حدد الزمن الدوري والتردد للموجة الموضحة في الشكل (1-4):

أ- 50 Hz

ب- 60 Hz



الشكل (1-4)

الحل :

$$T = \frac{1}{5} \times 4 \times 10^{-6} = 0.8 \mu s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.8 \times 10^{-6}} = 1.2 \times 10^{6} = 1.2 MHZ$$

١- ١- ٦ القيمة اللحظية

نسمي قيمة الجهد (أو التيار) في زمن معين t بالقيمة اللحظية للجهد (أو للتيار) ، ونرمز لها بـ v (أو i). وأكبر قيمة للقيمة اللحظية تسمى القيمة العظمى للجهد (أو للتيار) ورمزها V_m (أو I_m) .

ونستطيع أن نحسب القيمة اللحظية للجهد باستعمال الطريقة الموضحة في الشكل ١- ٥ نمثل مسار الجهد بنقطة A تدور في محيط دائرة بسرعة زاوية ω (وتسمى كذلك التردد الزاوي ووحدتها الراديان لكل ثانية rad/s) بحيث إن المسافة Aa من النقطة A إلى الإسقاط العمودي لهذه النقطة على المحور الأفقي تعطي القيمة اللحظية. ويساوي نصف قطر الدائرة القيمة العظمى للجهد ، أما الزاوية α بين نصف القطر OA و المحور الأفقي فإنها تسمى زاوية طور الجهد وتعطى بالمعادلة

$$\alpha = \omega t + \theta_v \qquad 1\text{-}2$$

حيث θ_v هي زاوية طور الجهد في بداية الزمن (t = 0).

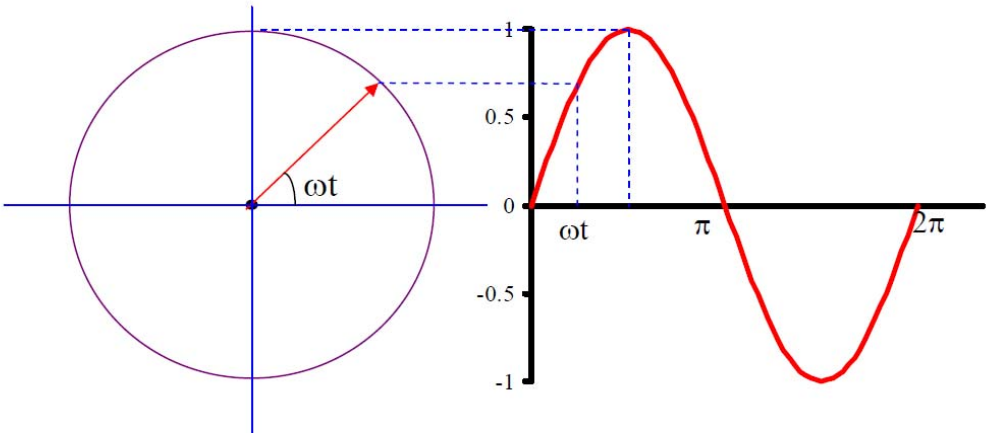
بما أن التردد يعطي عدد الدورات في وحدة الزمن ، وحيث أن دورة واحدة تناسبها زاوية 2π راديان ، فإن العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد هي

$$\omega = 2\pi f \qquad 1\text{-}3$$

بناء على ما سبق نكتب القيمة اللحظية للجهد كما يلي

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \sin\alpha \\ &= V_m \sin(\omega t + \theta_v) \\ &= V_m \sin(2\pi f t + \theta_v) \end{aligned} \qquad 1\text{-}4$$

و نمثل موجة الجهد (أو التيار) بدلالة الزاوية α كما في الشكل ١-٥



الشكل ١-٥ : طريقة تحديد القيمة اللحظية لموجة جيبية والجهد المتردد الجيبي بدلالة الطور.

مثال ١- ١- ٣ : احسب التردد الزاوي لموجة مترددة ترددها 60 Hz

الحل :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377\ rad/s$$

مثال ١- ١- ٤ : إذا كانت معادلة موجة الجهد هي

$$v(t) = 100\sin(377t + \frac{\pi}{6})\ \ V$$

استنتج ما يلي :

أ- القيمة العظمى(V_m).

ب- زاوية الطور عند بداية الزمن (θ_m).

ج- زاوية الطور عند الزمن $t = 0.025$ s بالدرجات .

د- القيمة اللحظية عند الزمن $t = 0.025$ s .

الحل :

أ- $V_m = 100$ V

ب- $\theta_v = \frac{\pi}{6}\ rad = 30^\circ$

ج- $\alpha = 377 \times 0.025 + \frac{\pi}{6} = 9.95\,rad = \frac{9.95 \times 180^0}{\pi} deg = 570^\circ$

د- $v = 100 \times \sin 570^\circ = -50$ V

١- ١- ٧ القيمة المتوسطة (Average Value) والقيمة الفعالة (Effective Value)

تعرف القيمة المتوسطة خلال الفترة الزمنية T_0 لأي دالة a(t) تتغير مع الزمن بالمعادلة

$$A_{av} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} a(t)\,dt \qquad 1\text{-}5$$

وهي المساحة المحصورة بين منحنى الدالة a(t) والمحور الأفقي مقسومة على الفترة الزمنية التي نحسب خلالها هذه القيمة المتوسطة. وتجدر الإشارة إلى أن المساحة تعتبر موجبة إذا كان المنحنى فوق المحور الأفقي و تعتبر سالبة إذا كان المنحنى تحت المحور الأفقي.

مثال ١- ١- ٥: أوجد القيمة المتوسطة للجهد الجيبي المبين في الشكل 1-2 خلال :

أ- دورة كاملة T

ب- نصف دورة T/2

الحل :

أ- بما أن المساحة الموجبة لموجة الجهد تساوي المساحة السالبة خلال دورة كاملة نستنتج أن القيمة المتوسطة للجهد الجيبي خلال دورة كاملة تساوي الصفر

ب- خلال نصف دورة نعوض T_0 بـ T/2 في المعادلة ١- ٥.

$$V_{av} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} v(t)\,dt = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} V_m \sin(\omega t + \theta_v)\,dt = \frac{2}{\pi}V_m = 0.637\,V_m$$

نعرف القيمة الفعالة لتيار متردد بأنها القيمة التي تنتج نفس القدرة الحرارية في مقاومة R كالتي ينتجها تيار مستمر معين.

بما أن قيمة التيار المتردد تتغير ، فإن القدرة الحرارية الناتجة هي القدرة المتوسطة (خلال دورة T) والتي تساوي

$$P_{ac} = \frac{1}{T}\int_0^{T} R\, i(t)^2\, dt$$

أما القدرة التي ينتجها تيار مستمر I_{dc} فهي

$$P_{dc} = R\, I_{dc}^2$$

بما أن

$$P_{ac} = P_{dc}$$

نستنتج أن

$$I_{dc} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2\, dt} \qquad 1\text{-}6$$

ونرمز للقيمة الفعالة (التي تساوي I_{dc}) بالرمز I أو I_{rms} . والرمز الأخير يعني الجذر التربيعي لمتوسط مربع التيار (Root Mean Square) والتسمية المستخرجة من المعادلة ١- ٦.

وبنفس الطريقة نعرف القيمة الفعالة للجهد(V_{rms}).

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2\, dt} \qquad 1\text{-}7$$

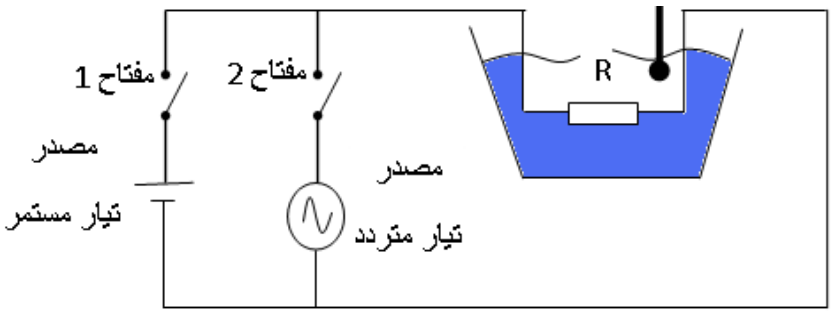
و باستعمال المعادلة 1-7 ، نستنتج أن

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707 V_m \qquad 1\text{-}8$$

وكذلك نكتب

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, I_m \qquad 1\text{-}9$$

و نستطيع قياس القيمة الفعالة لتيار متردد بإجراء التجربة الموضحة في الشكل١-٦ نأخذ مقاومة R معلومة القيمة ونغمرها في إناء مملوء بالماء ثم نوصلها إلى مصدر تيار مستمر ذي جهد معلوم بإغلاق المفتاح1 ، وعندئذ يمر التيار المستمر I وقيمته V/R ، وترتفع درجة حرارة الماء إلى قيمة معينة. بعد ذلك نفتح المفتاح 1 ونترك الماء يبرد ويرجع إلى حرارته قبل بدء التجربة. ثم نغلق المفتاح2 ونزيد في القيمة العظمى لجهد مصدر التيار المتردد حتى تصل درجة حرارة الماء إلى نفس القيمة التي وصلت إليها عند تطبيق التيار المستمر. عندئذ تكون القيمة العظمى للتيار المتردد تساوي I/0.707 حسب المعادلة ١- ٩.



الشكل١-٦ : تجربة لقياس القيمة الفعالة لتيار متردد

مثال ١- ١- ٦ : في الشكل ١-٦ إذا كانت قيمة $R = 50\Omega$ ، وكان جهد التيار المستمر $V_{dc} = 220V$ ، احسب القيمة العظمى للتيار المتردد الذي ينتج نفس القدرة في المقاومة ، واحسب قيمة هذه القدرة.

الحل:

نحسب قيمة التيار المستمر I_{dc} باستعمال قانون أوم

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} = \frac{220}{50} = 4.4\,A$$

القيمة الفعالة للتيار المتردد I_{rms} تساوي قيمة التيار المستمر الذي يعطي نفس القدرة في المقاومة ، أي

$$I_{rms} = I_{dc} = 4.4\,A$$

القيمة العظمى للتيار المتردد تحسب باستعمال المعادلة 1-9

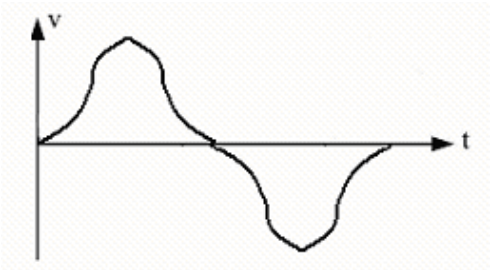
$$I_m = \sqrt{2}\,I_{rms} = \sqrt{2} \times 4.4 = 6.2\,A$$

القدرة الحرارية الناتجة في المقاومة

$$P = R\,I^2 = 50 \times 4.4^2 = 968\,W$$

١- ١- ٨ معامل الشكل ومعامل القيمة العظمى

نسعى دائما لتوليد الجهود المترددة ذات الموجات الجيبية، وذلك لأنها الأحسن في الاستعمال من حيث التقليل من مفاقيد القدرة وغير ذلك. ولكن ولأسباب عدة تكون موجات التيارات والجهود غير جيبية، وفي هذه الحالة نقول إن الموجة مشوهة. ويوضح الشكل ١-٧ مثالاً لموجة مشوهة، وكلما كان شكل الموجة قريبا من الشكل الجيبي كلما كانت درجة التشويه أقل. وهناك قانون "لفورييه" (Fourier) ينص على أن أي موجة مترددة يمكن أن تعوض بموجة جيبية لها نفس تردد الموجة الأصلية والتي تسمى المكونة الأساسية لمجموعة موجات ذات ترددات مضاعفة للتردد الأصلي ولكن ذات قيم عظمى أقل.



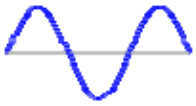
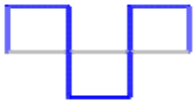
الشكل ١-٧ : موجة جهد مترددة غير جيبية

نعرف معامل الشكل بأنه النسبة بين القيمة الفعالة والقيمة المتوسطة للموجة

$$FR = \frac{V_{rms}}{V_{av}}$$

ونعرف معامل القيمة العظمى بالنسبة بين القيمة العظمى والقيمة الفعالة للموجة. ويعطي الجدول ١- ١ معاملات القيمة العظمى لبعض الموجات المترددة

$$PR = \frac{V_m}{V_{rms}}$$

اسم الموجة	شكل الموجة	معامل القيمة العظمى
جيبية		$\sqrt{2}$
موجة كاملة موحدة		$\sqrt{2}$
نصف موجة موحدة		٢
مثلثية		$\sqrt{3}$
مربعة		١

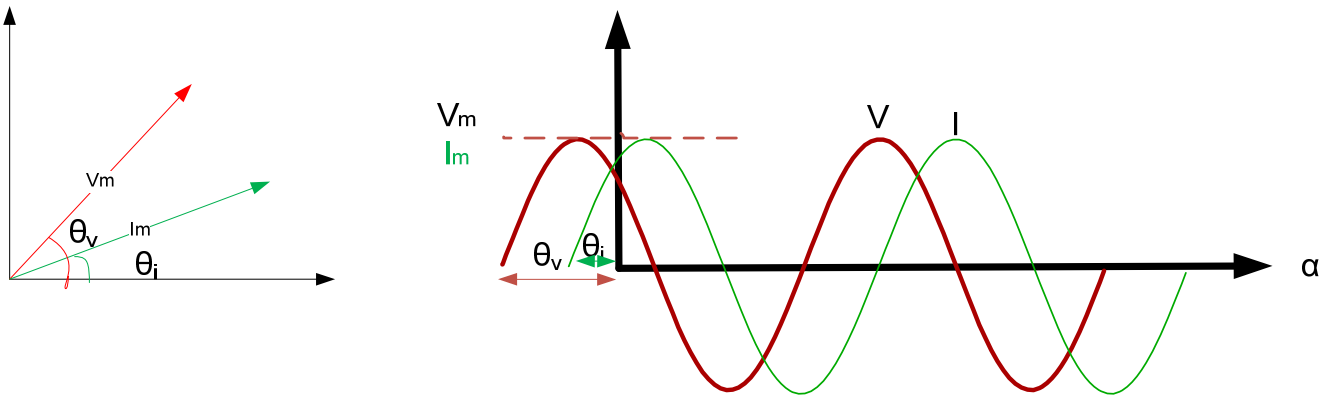
الجدول ١-١

١- ١- ٩ التمثيل الاتجاهي والمطاور (Phasor)

لكي يتم تطبيق قانون أوم (وقوانين كيرشوف) في دوائر التيار المتردد بطريقة سهلة نستعمل مفهوم الجهد المطاور و التيار المطاور ومفهوم المعاوقة المركبة. لقد رأينا من قبل (الشكل ١-٥) أننا نستطيع تمثيل الجهد (أو التيار) الجيبي بمتجه يساوي قياسه القيمة القصوى للجهد ويدور بسرعة زاوية تساوي التردد الزاوي لهذا الجهد. وبما أن كل تيارات وجهود الدائرة لها نفس التردد الزاوي، فإن متجهاتها تدور بنفس السرعة، وبهذا تبقى الزاوية

الفاصلة بين أي متجهين ثابتة بالنسبة للزمن وتساوي قيمتها عند الزمن t=0. ولتسهيل الحسابات نرسم كل المتجهات عند بداية الزمن. ويمثل الشكل ١-٨ العلاقة بين الكميات الجيبية v و i ومتجهاتها $\mathbf{V}_m$ و $\mathbf{I}_m$، حيث إن طوري v و i عند بداية الزمن هما θ_v و θ_i على التوالي.

وعلماً بأننا نستعمل القيم الفعالة للجهود والتيارات في تحليل الدوائر عوضاً عن القيم القصوى وذلك لاعتبارات القدرة كما سنرى في الفصل القادم، فإنه من الأفضل أخذ القيمة الفعالة كطول للمتجه (أي نقسم قيم المتجهات على $\sqrt{2}$). وفي هذه الحالة فإننا نرمز لمتجه v مثلاً بالرمز **V** بدلاً من $\mathbf{V}_m$.



شكل ١-٨ : العلاقة بين موجتي الجهد والتيار ومتجهاتها

ونستطيع تمثيل متجه الجهد (أو التيار) بعدد مركب، قيمته الحقيقية هي إحداثية المتجه في المحور الأفقي وقيمته التخيلية هي إحداثية المتجه في المحور العمودي، يسمى الجهد (أو التيار) المطاور ، وهذا التمثيل يسهل كثيراً الحسابات في دوائر التيار المتردد. وهكذا نحول الجهد الجيبي إلى الجهد المطاور.

$$v(t)=V_m \sin(\omega t+\theta_v)=V\sqrt{2}\sin(\omega t+\theta_v)$$

$$\mathbf{V}=V\angle\theta_v \qquad 1\text{-}10$$

حيث V هو مقياس الجهد المطاور (القيمة الفعالة للجهد) و θ_v هي إزاحته الزاوية (طور الجهد عند بداية الزمن). ونلاحظ هنا أننا استعملنا الصيغة القطبية (Polar) للجهد المطاور،

وهذا يسهل عمليتي الضرب والقسمة. أما الصيغة المتعامدة (Rectangular) والتي تسهل حسابات الجمع والطرح فهي

$$\mathbf{V} = V\cos\theta_V + j\,V\sin\theta_V \qquad 1\text{-}11$$

حيث $j=\sqrt{-1}$.

ويسمى المخطط المبين للجهود والتيارات المطاورة في دائرة ما بالشكل المطاور (Phasor Diagram).

مثال ١- ١- ٧: أوجد الجهد المطاور للجهد المتردد $v(t)=141.4\sin(377t+30^\circ)\ V$.

الحل

القيمة الفعالة للجهد تعطى بالمعادلة

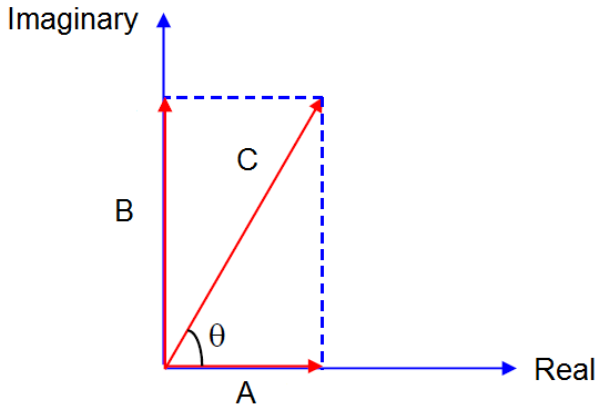
$$V=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{141.4}{\sqrt{2}}=100\,V$$

أما الجهد المطاور فهو

$$\mathbf{V}=100\angle 30^\circ\ V$$

١- ١- ١٠ جبر المتجهات

في أغلب الحالات إن لم يكن في كلها نحتاج الى الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة بين التيارات و الجهود المترددة لحل المسائل المتعلقة بدوائر التيار المتردد. وبما أن التيارات والجهود والمعاوقات تمثل بمتجهات أو أعداد مركبة لذا وجب شرح جبر المتجهات أو الأعداد المركبة. و يمكن تحليل المتجه C في المستوى المتعامد إلى المركبتين A على المحور الأفقي (Real) و المركبة B على المحور التخيلي (Imaginary) كما هو موضح في الشكل ١-٩.



الشكل ١-٩: تمثيل متجه أو عدد مركب

وتكتب الصيغة المتعامدة (Rectangular) للمتجه C كالآتي:

$$C = A + jB \qquad 1\text{-}12$$

أما الصيغة القطبية (Polar) للعدد المركب C فتكتب

$$C = |C|(\cos\theta + j\sin\theta) = |C|\angle\theta \qquad 1\text{-}13$$

حيث

$$|C| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad ; \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \qquad 1\text{-}14$$

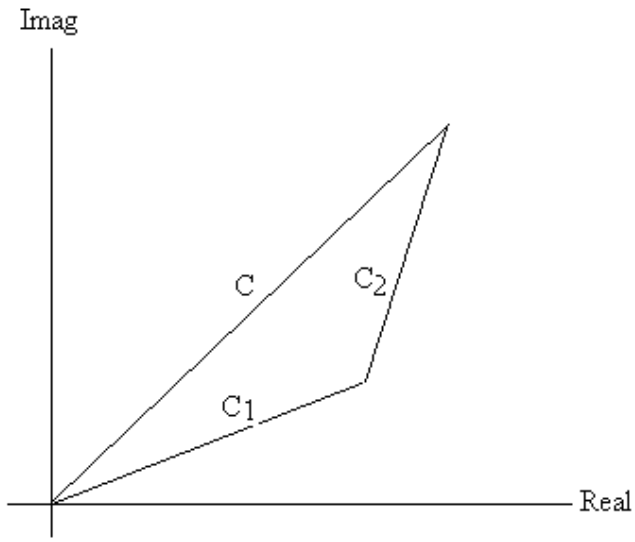
$$A = |C|\cos\theta \;\; ; \;\; B = |C|\sin\theta \qquad 1\text{-}15$$

<u>جمع وطرح الأعداد المركبة:</u>

تجمع (أو تطرح) الأعداد المركبة بحيث يكون العدد الحقيقي للعدد المركب الحاصل هو حاصل جمع (أو طرح) الأعداد الحقيقية للأعداد المركبة المضافة، ويكون العدد التخيلي للعدد المركب الحاصل هو حاصل جمع (أو طرح) الأعداد التخيلية للأعداد المركبة المضافة، أي

$$C_1 = A_1 + jB_1 \;;$$
$$C_2 = A_2 + jB_2 \;;$$
$$C = C_1 \pm C_2 = (A_1 + A_2) \pm j(B_1 + B_2)$$

ولتسهيل عمليتي الجمع والطرح نستعمل التمثيل المتعامد للأعداد المركبة. ويمثل الشكل ١-١٠ جمع عددين مركبين بيانياً



الشكل ١-١٠: جمع عددين مركبين

<u>ضرب وقسمة الأعداد المركبة:</u>

تضرب الأعداد المركبة بحيث تكون القيمة المطلقة للعدد المركب الحاصل هي حاصل ضرب القيم المطلقة للأعداد المركبة المضروبة في بعضها، وتكون زاوية العدد المركب الحاصل هي حاصل جمع زوايا الأعداد المركبة المضروبة في بعضها، أي

$$C_1 = |C_1| \angle\theta_1 ;$$
$$C_2 = |C_2| \angle\theta_2 ;$$
$$C = C_1 \times C_2 = |C_1|\,|C_2| \angle(\theta_1 + \theta_2)$$

أما القسمة فتكون حسب القاعدة التالية

$$C_1 = |C_1| \angle\theta_1 ;$$
$$C_2 = |C_2| \angle\theta_2 ;$$
$$C = C_1 / C_2 = \left(|C_1| / |C_2|\right) \angle(\theta_1 - \theta_2)$$

ولتسهيل عمليتي الضرب والقسمة نستعمل التمثيل القطبي للأعداد المركبة.

مثال ١- ١- ٨ : إذا كان $C_1=5+j23$ و $C_2=-3.5+j8$، أوجد بالصيغتين المتعامدة والقطبية:.

١) C_1+C_2.

٢) C_1-C_2.

٣) C_1C_2.

٤) C_1/C_2 .

الحل

الجمع:

$$C = C_1+C_2 = (5 -3.5) + j(23+8) = 1.5 + j31$$

وباستعمال القانون (1-14)

$$|C|=\sqrt{(1.5)^2+(31)^2}=31.04;\ \theta=\tan^{-1}(31/1.5)=87.2^\circ \Rightarrow C=31.04\angle 87.2^\circ$$

الطرح:

$$C = C_1-C_2 = (5 +3.5) + j(23-8) = 8.5 + j15$$

وباستعمال القانون (1-14)

$$|C|=\sqrt{(8.5)^2+(15)^2}=17.2;\ \theta=\tan^{-1}(15/8.5)=60.5^\circ \Rightarrow C=17.2\angle 60.5$$

الضرب:

نستعمل القانون (1-14) للتحويل العددين للصيغة القطبية

$$|C_1|=\sqrt{(5)^2+(23)^2}=23.5;\ \theta=\tan^{-1}(23/5)=77.7^\circ \Rightarrow C_1=23.5\angle 77.7^\circ$$

$$|C_2|=\sqrt{(-3.5)^2+(8)^2}=8.7;\ \theta=\tan^{-1}(8/(-3.5))=113.6^\circ \Rightarrow C_2=8.7\angle 113.6^\circ$$

$$|C|=23.5\times 8.7=204.5;\theta=77.7+113.6=191.3^\circ \Rightarrow C=204.5\angle 191.3^\circ$$

وباستعمال القانون (1-15)

$$A=204.5\cos 191.3=-200.5;\ B=204.5\sin 191.3=-40.1 \quad \Rightarrow \quad C=-200.5-j40.1$$

القسمة:

$$C_1=23.5\angle 77.7°:\ C_2=8.7\angle 113.6°$$

$$|C|=23.5/8.7=2.7;\theta=77.7-113.6=-35.9° \Rightarrow C=2.7\angle -35.9°$$

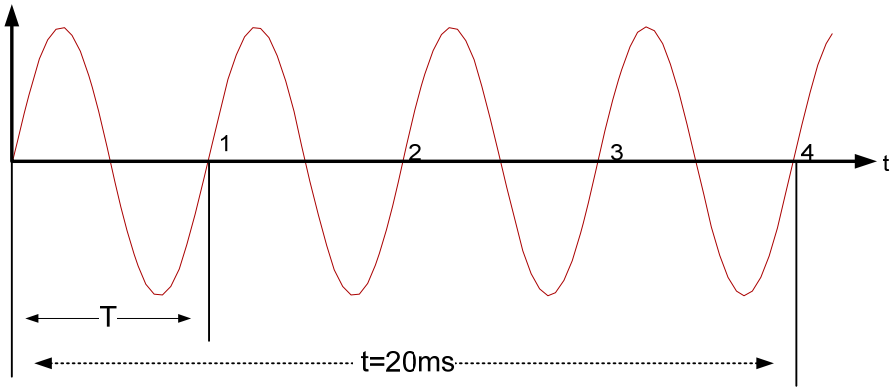
وباستعمال القانون (1-15)

$$A=2.7\cos(-35.9)=2,19;\ B=2.7\sin(-35.9)=-1.58 \quad \Rightarrow \quad C=2.19-j1,58$$

مسائل الفصل الأول

١ - احسب دورة الزمن الدوري (T) مترددة جيبية تكمل 4 دورات في زمن قدره 30 ms.

٢- احسب دورة الزمن الدوري (T) مترددة جيبية تكمل 100 دورة في زمن قدره 20 ms كما هو موجود في الشكل التالي .



٣- ما الزمن اللازم لموجة جيبية لتكمل 6 دورات إذا كان ترددها يساوي 60 Hz ؟

٤- احسب القيمة القصوى و التردد وكذلك الطور في بداية الزمن للموجات الآتية:

$50 \sin (314\, t + 30^{o})$ ؛ $-30 \sin 942\, t$ ، $100 \cos (754\, t + 45^{o})$ ؛ $8.4 \sin 10000\, t$

٥- إذا كانت موجات المسألة الرابعة تمثل جهوداً، احسب القيمة الفعالة لكل منها.

الفصل الثاني : المقاومات الأومية والممانعات الحثية والسعوية في دوائر التيار المتردد

هناك عدة طرق لتحليل دوائر التيار المتردد مهما تعقدت الدائرة، وكلها تستعمل قانون أوم وقوانين كيرشوف، وفي هذا الفصل سنشرح الخطوات المستعملة لتحليل الدوائر البسيطة فقط. وقبل ذلك نعرف المعاوقة المركبة. وفي نهاية الفصل سنتطرق إلى دراسة مقومات التيار المتردد البسيطة.

١- ٢- ١ المقاومة المادية في دائرة التيار المتردد

ينص قانون أوم على أن التيار المار في مقاومة R يتناسب في كل لحظة مع الجهد بين طرفي هذه المقاومة (الشكل ١-a١١)، فإذا كان الجهد بين طرفي المقاومة

$$v(t)=V_m \sin(\omega t+\theta_v)$$

فإن التيار الناتج هو

$$i(t)=\frac{v(t)}{R}=\frac{V_m \sin(\omega t+\theta_v)}{R}=I_m \sin(\omega t+\theta_v)$$

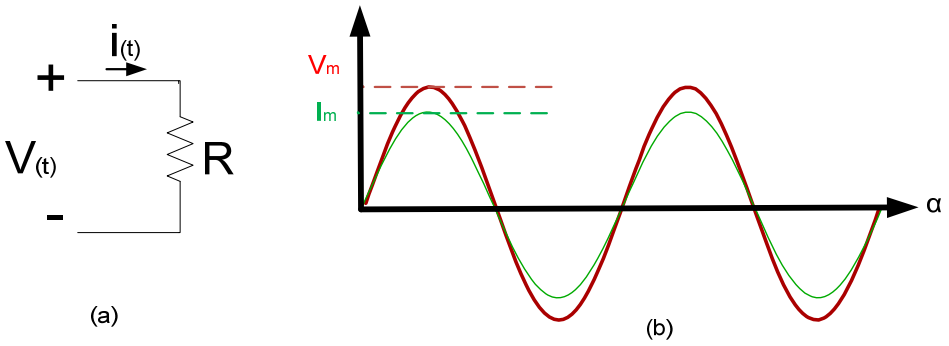
حيث

$$I_m=\frac{V_m}{R}$$

وباستعمال القيم الفعالة نحصل على العلاقة

$$I=\frac{V}{R} \qquad 1\text{-}16$$

وكما نرى فإن الجهد والتيار في مقاومة لهما نفس الطور ، وهذا موضح في الشكل ١- b١١ حيث أخذنا $\theta_v=0$ لتبسيط الرسم.

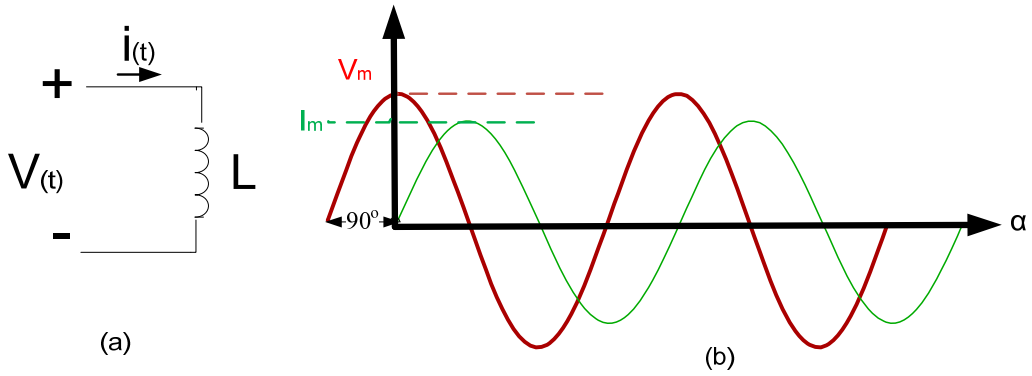


شكل ١-١١ : التيار والجهد في مقاومة مادية

١- ٢- ٢ : الممانعة الحثية في دائرة التيار المتردد

رأينا في مقرر دوائر كهربائية- ١ أنه عند تسليط تيار متردد i(t) على ملف محاثة L (الشكل١-١٢a) فإن القوة الدافعة الكهربائية الناتجة e(t) تعطى بالمعادلة 1-17. وستحاول هذه القوة الدافعة الكهربائية ق.د.ك أن تعاكس الجهد v(t) بين أطراف الملف الذي تسبب في توليد التيار، وهكذا فإن العلاقة بين التيار والجهد في الملف هي

$$v(t)=-e(t)=L\frac{di(t)}{dt} \qquad 1\text{-}17$$



شكل ١-١٢ : التيار والجهد في ممانعة حثيه

فعندما يمر التيار

$$i(t)=I_m \sin(\omega t+\theta_i)$$

في ملف، فإن الجهد بين طرفي هذا الملف يكون

$$\begin{aligned} v(t)&=\omega L I_m \cos(\omega t+\theta_i) \\ &=\omega L I_m \sin(\omega t+\theta_i+90°) \\ &=V_m \sin(\omega t+\theta_i+90°) \end{aligned}$$

نلاحظ أن القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار

$$V_m=\omega L I_m \qquad 1\text{-}18$$

ونسمي الكمية

$$X_L=\omega L \qquad 1\text{-}19$$

بالممانعة الحثية للملف ، وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذا الملف .

وباستعمال القيم الفعالة

$$V=\omega L I=X_L I \qquad 1\text{-}20$$

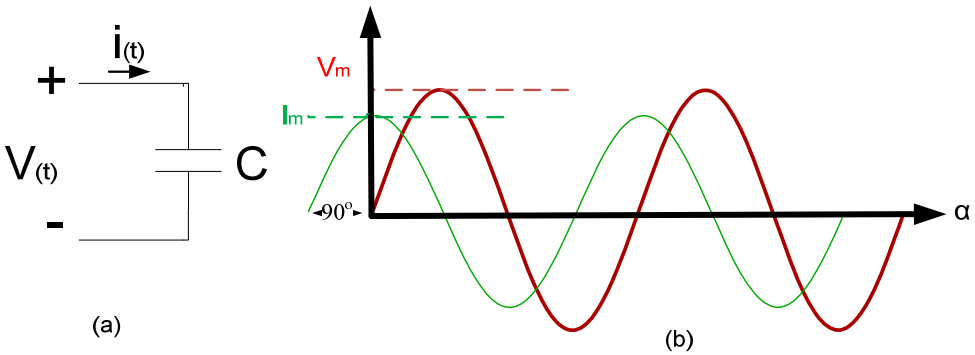
ونلاحظ أن موجة التيار تتخلف عن موجة الجهد بـ°90 ، وهذا موضح في الشكل ١-b١٢ حيث أخذنا $\theta_i=0$ لتبسيط الرسم.

وننبه إلى أن السلك الذي يلف منه الملف له بعض المقاومة، ولهذا فإنه توجد للملف خاصيتان : خاصية الحثية وخاصية المقاومة. وتصمم الملفات غالبا بحيث تكون ممانعاتها الحثية كبيرة مقارنة بمقاوماتها. والملف الذي لا يحتوي على أي مقاومة (ملف مثالي) يسمى ملفاً نقياً، وفي هذه الوحدة فسنعتبر أن كل الملفات نقية.

١- ٢- ٣ : الممانعة السعوية في دائرة التيار المتردد

رأينا في مقرر دوائر كهربائية- ١ أن سعة المكثف C تمثل النسبة بين الشحنة الكهربائية لهذا المكثف والجهد بين طرفية. وحيث إن التيار يساوي تغير الشحنة بالنسبة للزمن ، فإن العلاقة بين التيار والجهد في المكثف (الشكل ١-a١٣) هو

$$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt} \qquad 1\text{-}21$$



شكل ١-١٣ : التيار والجهد في ممانعة سعوية

فعندما يكون الجهد بين طرفي المكثف

$$v(t)=V_m \sin(\omega t+\theta_v)$$

فإن التيار الناتج هو

$$i(t)=\omega C V_m \cos(\omega t+\theta)$$
$$=\omega C V_m \sin(\omega t+\theta+90°)$$
$$=I_m \sin(\omega t+\theta+90°)$$

نلاحظ أن القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار

$$V_m=\frac{1}{\omega C}I_m \qquad 1\text{-}22$$

ونسمي الكمية

$$X_C=\frac{1}{\omega C} \qquad 1\text{-}23$$

بالممانعة السعوية للمكثف ، وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذه المكثف .

وباستعمال القيم الفعالة

$$V=\frac{1}{\omega C}I=X_C I \qquad 1\text{-}24$$

كما نلاحظ أن موجة التيار تتقدم على موجة الجهد بـ°90، وهذا موضح في الشكل ١-b١٣ حيث أخذنا $\theta_V=0$ لتبسيط الرسم.

١- ٢- ٤ : قانون أوم والمخطط الاتجاهي

المعاوقة المركبة

بما أن معاوقة أي عنصر هي النسبة بين الجهد **V** بين أطرافها والتيار **I** المار فيها فإننا نستطيع تمثيلها كذلك بعدد مركب يسمى المعاوقة المركبة **Z**، وهكذا نكتب قانون أوم كما يلي:

$$\mathbf{V = Z\,I} \qquad 1\text{-}25$$

ويجب أن ننتبه إلى أنه على العكس من الجهود والتيارات المطاورة، فإن المعاوقة **Z** لا تمثل دالة جيبية. وفيما يلي نطبق مفهوم المعاوقة المركبة على العناصر الأساسية الثلاثة : المقاومة والملف والمكثفة.

المقاومة المادية

لقد رأينا أن الجهد بين طرفي المقاومة والتيار المار فيها لهما نفس الطور، فلو كان الجهد المطاور

$\mathbf{V} = V\angle\theta_V$

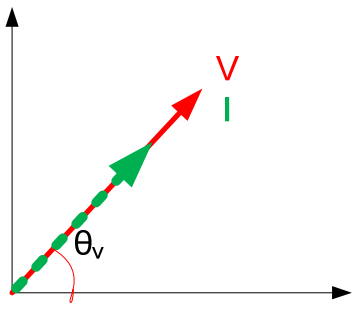
فإن التيار المطاور يكون

$\mathbf{I} = I\angle\theta_V$

وعليه فإن النسبة بينهما والتي هي المعاوقة المركبة تساوي

$$\mathbf{Z}_R = \frac{V\angle\theta_v}{I\angle\theta_v} = \frac{V}{I}\angle\theta_v - \theta_v = R\angle 0^\circ = R \qquad 1\text{-}26$$

حيث استعملنا المعادلة 1-16. وهكذا نرى أن المعاوقة المركبة لمقاومة مادية هي عدد حقيقي وقيمتها هي النسبة بين القيم الفعالة للجهد والتيار. ويبين الشكل ١-١٤ المخطط الاتجاهي لمقاومة مادية.



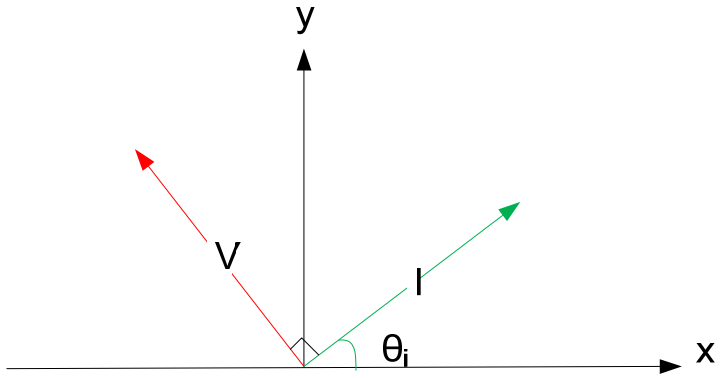
شكل ١-١٤ : المخطط الاتجاهي لمقاومة مادية

المانعة الحثية (XL)

رأينا من قبل أن الجهد بين طرفي ملف يتقدم على التيار المار فيه بزاوية 90°، وهكذا فإن $\theta_i = \theta_V - 90^\circ$ ، وعليه فإن المعاوقة المركبة الحثية هي

$$\mathbf{Z}_L = \frac{V\angle\theta_v}{I\angle(\theta_v - 90)} = \frac{V}{I}\angle\theta_v - (\theta_v - 90^0) = X_L\angle 90^\circ = jX_L \qquad 1\text{-}27$$

حيث استعملنا المعادلة 1-20 ، وكما نعلم من درس الأعداد المركبة فإن العدد التخيلي j قيمته المطلقة هي الواحد وإزاحته الزاوية هي 90°. نستنتج أن المعاوقة المركبة لملف هي عدد تخيلي نقي. ويبين الشكل ١-١٥ المخطط الاتجاهي لملف.



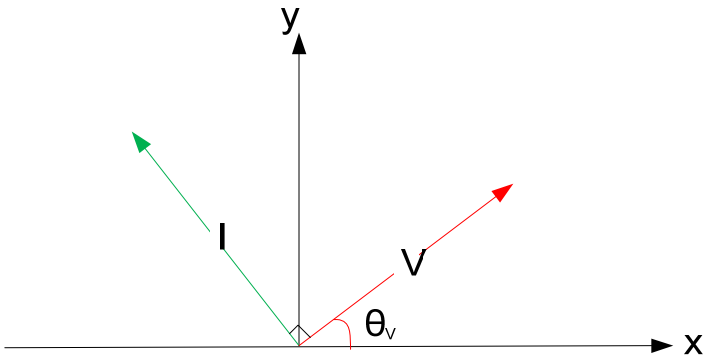
شكل ١-١٥ : المخطط الاتجاهي لمانعة حثيه

- **المانعة السعوية (XC)**

رأينا من قبل أن الجهد بين طرفي مكثف يتأخر عن التيار المار فيه بزاوية 90°، وهكذا فإن $\theta_i = \theta_V + 90^\circ$ ، وعليه فإن المعاوقة المركبة السعوية هي

$$\mathbf{Z}_C = \frac{V\angle\theta_v}{I\angle(\theta_v + 90^0)} = \frac{V}{I}\angle\theta_v - (\theta_v + 90^0) = X_C\angle -90^0 = -jX_C \qquad 1\text{-}28$$

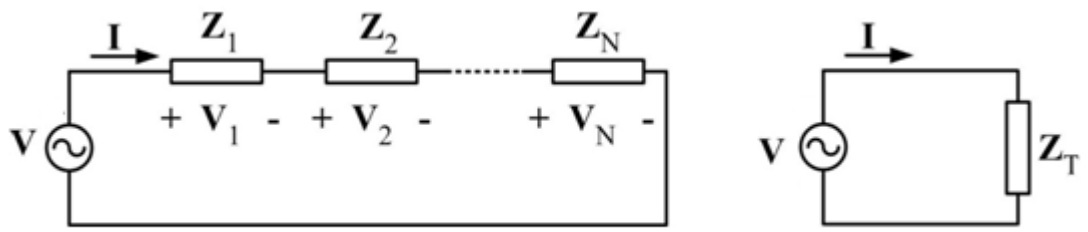
حيث استعملنا المعادلة 1-24 ، وكما نعلم من درس الأعداد المركبة فإن العدد j- قيمته المطلقة هي الواحد وإزاحته الزاوية هي -90°. نستنتج أن المعاوقة المركبة لمكثف هي عدد تخيلي نقي. . ويبين الشكل ١-١٦ المخطط الاتجاهي لمكثفة.



شكل ١-١٦ : المخطط الاتجاهي لمانعة سعوية

١- ٢- ٥ : التوصيل على التوالي

يبين الشكل ١-١٧ دائرة توالي وهي تتكون من مصدر جهد ومن معاوقات يمر فيها نفس التيار. ونستطيع تمثيل هذه المعاوقات بمعاوقة مكافئة $\mathbf{Z}_T$.



شكل ١-١٧ : دائرة التوالي

وباستعمال قانون كيرشوف للجهد

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \cdots + \mathbf{V}_N$$

وقانون أوم

$$\mathbf{V}_x = \mathbf{Z}_x \mathbf{I} \quad , \quad \mathbf{V} = \mathbf{Z}_T \mathbf{I}$$

حيث $x = 1, 2, \ldots, N$ ، نستنتج

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \cdots + \mathbf{Z}_N \qquad 1\text{-}29$$

والشكل العام للمعاوقة $\mathbf{Z}_T$ هو

$$\mathbf{Z}_T = R_T + j\,X_T = Z_T \angle\theta \qquad 1\text{-}30$$

والجزء الحقيقي R_T يمثل المقاومة الكلية و هو موجب، أو معدوم (إذا لم تكن هناك أي مقاومة في الدائرة). أما الجزء التخيلي X_T فيمثل الممانعة الكلية ويمكن أن يكون:

- موجباً : إذا كانت الممانعة الحثية الكلية أكبر من الممانعة السعوية الكلية.
- معدوماً : إذا تساوت الممانعة الحثية الكلية و الممانعة السعوية الكلية، أو إذا لم تكن هناك أي ممانعة في الدائرة.
- سالباً : إذا كانت الممانعة الحثية الكلية أصغر من الممانعة السعوية الكلية.

والعلاقة بين قيمة المعاوقة Z_T والمقاومة R_T والممانعة X_T هي

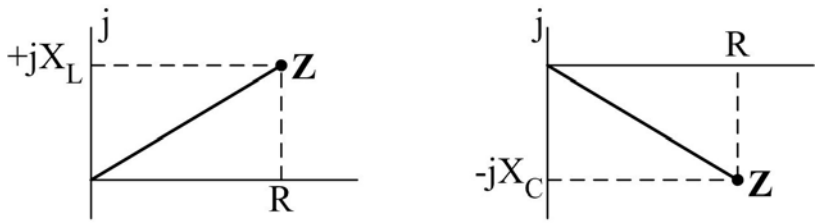
$$Z_T = \sqrt{R_T^2 + X_T^2} \qquad 1\text{-}31$$

أما العلاقة بين الإزاحة الزاوية للمعاوقة θ وR_T و X_T فهي

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_T}{R_T}\right) \qquad 1\text{-}32$$

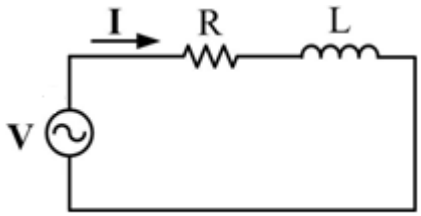
وتمثل هذه الزاوية تأخر التيار المطاور عن الجهد المطاور.

ويمكن توضيح المعاوقة في مستوى مركب. ولما كانت المقاومة لا تأخذ قيما سالبة أبداً فإننا نحتاج إلى الربعين الأول والرابع فقط. ونسمي الشكل التوضيحي الناتج بشكل المعاوقة (Impedance Diagram)، وكما هو مبين في الشكل ١-١٨ فإن المقاومة R ترسم على المحور الأفقي، أما الممانعة الحثية X_L فترسم على محور j الموجب بينما ترسم الممانعة السعوية X_C على محور j السالب.



شكل ١-١٨ : أشكال المعاوقة

مثال ١- ٢- ١: في دائرة التوالي الموضحة في الشكل ١-١٩ ، $R=7\Omega$ ، $L=8mH$ ، $v=100\sqrt{2}\sin(377t)$ V . احسب المعاوقة المكافئة وارسم شكلها ، ثم احسب التيار المار في الدائرة والجهدين $\mathbf{V}_R$ و$\mathbf{V}_L$ بين طرفي المقاومة وطرفي الحثية ، وارسم المخطط الاتجاهي للتيار والجهود.



شكل ١-١٩

المانعة الحثية $X_L = \omega L = 377 \times 8 \times 10^{-3} = 3\ \Omega$

المعاوقة المكافئة: $\mathbf{Z}_T$

$= R + jX_L = 7 + j3\ \ \Omega\ = 7.6 \angle 23.2^{o}\ \ \Omega$

ويبين الشكل ١- ٢٠a شكل المعاوقة.

الجهد الكلي:

$\mathbf{V} = 100 \angle 0^{o}$ V

التيار :

$= 13.2 \angle -23.2^{o}$ A $I = \frac{V}{Z_T} = \frac{100 \angle 0}{7.6 \angle 23.2^{o}}$

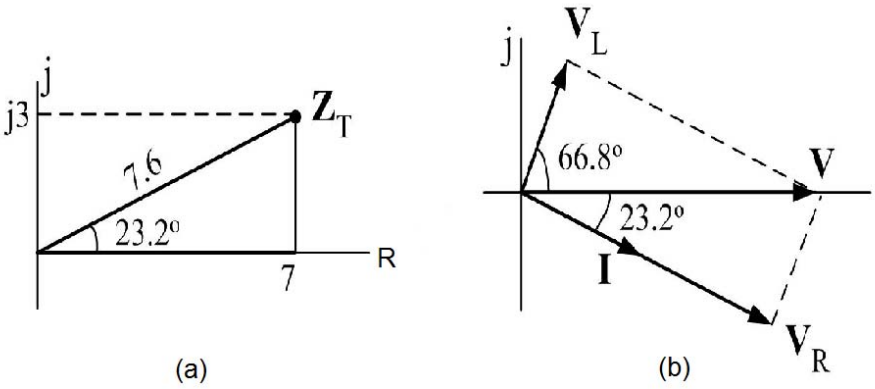
الجهد بين طرفي المقاومة :

$= 92.4 \angle -23.2^{o}$ V $\quad 7 \times 13.2 \angle -23.2^{o} = \quad \mathbf{V}_R = R \times \mathbf{I}$

الجهد بين طرفي الحثية :

$39.6 \angle 66.8^{o}$ V $\quad \mathbf{V}_L = jX_L \times \mathbf{I} = 3\angle 90^{o} \times 13.2 \angle -23.2^{o} =$

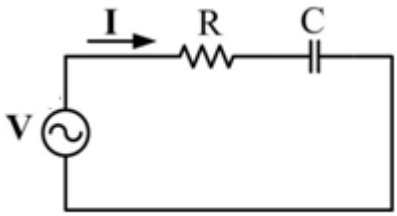
ويبين الشكل ١-٢٠b المخطط الاتجاهي .



شكل ١-٢٠

وعلى العموم فإن التيار يتأخر عن الجهد بزاوية منحصرة بين 0 و 90° في أي دائرة توالي تحتوي على مقاومات وممانعات حثيه (حمل مادي - حثي) .

مثال ١- ٢- ٢: احسب المعاوقة المكافئة للدائرة الموضحة في الشكل ١-٢١ وارسم شكلها، ثم ارسم المخطط الاتجاهي للتيار والجهود $\mathbf{V}$ و$\mathbf{V}_R$ (بين طرفي المقاومة) و$\mathbf{V}_C$ (بين طرفي المكثفة)، علما أن $R=5\Omega$، $C=332\mu F$، $v=200\sqrt{2}\sin(377t)$ V .



شكل ١-٢١

الحل:

المانعة السعوية $X_C = 1 / (\omega C) = 1/ (377 \times 332 \times 10^{-6}) = 8\ \Omega$

المعاوقة المكافئة:

$$\mathbf{Z}_T = R - jX_C$$
$$= 5 - j8\ \ \Omega\ = 9.4 \angle -58^o\ \ \Omega$$

ويبين الشكل ١-٢٢a شكل المعاوقة.

الجهد الكلي:

$$\mathbf{V} = 200 \angle 0^o\ V$$

التيار :

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{200\angle 0}{9.4\angle -58^o} = 21.3\angle 58^o$$ A

الجهد بين طرفي المقاومة

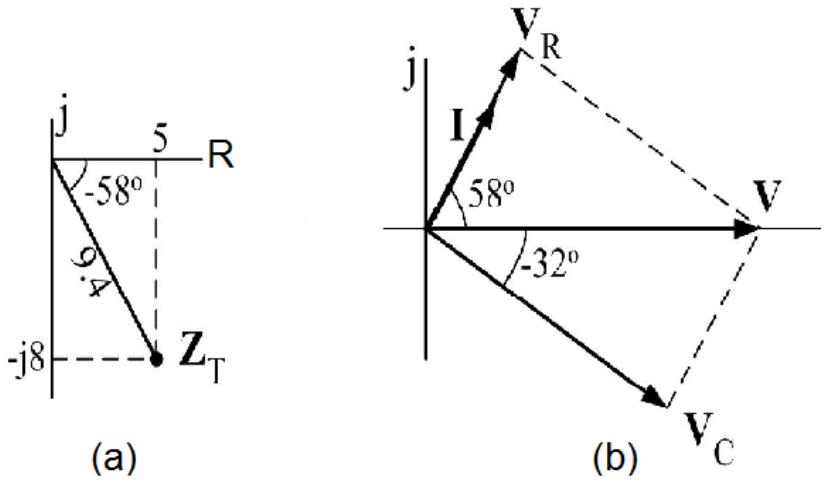
$$\mathbf{V}_R = R \times \mathbf{I} = 5 \times 21.3 \angle 58^o = 106.5 \angle 58^o\ V$$

الجهد بين طرفي المكثفة

$$\mathbf{V}_C = -\ Jx_c\ \mathbf{I} = 8 \angle -90^o \times 21.3 \angle 58^o = 170.4 \angle -32^o\ V$$

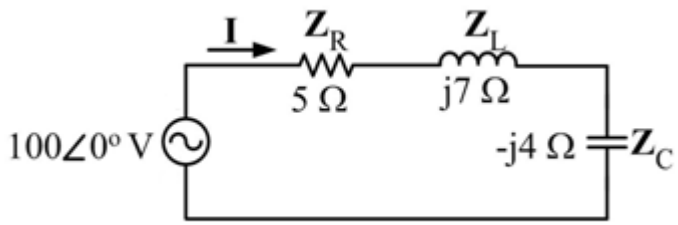
ويبين الشكل ١-٢٢b المخطط الاتجاهي.

وعلى العموم فإن التيار يتقدم على الجهد بزاوية منحصرة بين 0 و 90° في أي دائرة توالي تحتوي على مقاومات وممانعات سعوية (حمل مادي - سعوي) .



شكل ١-٢٢

مثال ١- ٢- ٣: في دائرة التوالي الموضحة في الشكل ١-٢٣ احسب المعاوقة المكافئة Z_T والتيار **I** وبين أن مجموع الهبوط في الجهد يساوي الجهد المطاور المؤثر، ثم ارسم شكل المعاوقة والمخطط الاتجاهي .



شكل ١-٢٣

الحل:

$$Z_T = Z_R + Z_L + Z_C = 5 + j7 - j4$$

$$Z_T = 5 + j3\ \Omega = 5.8 \angle 31^o\ \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{100\angle 0}{5.8\angle 31^o} = 17.2\angle -31^o \quad \text{A}$$

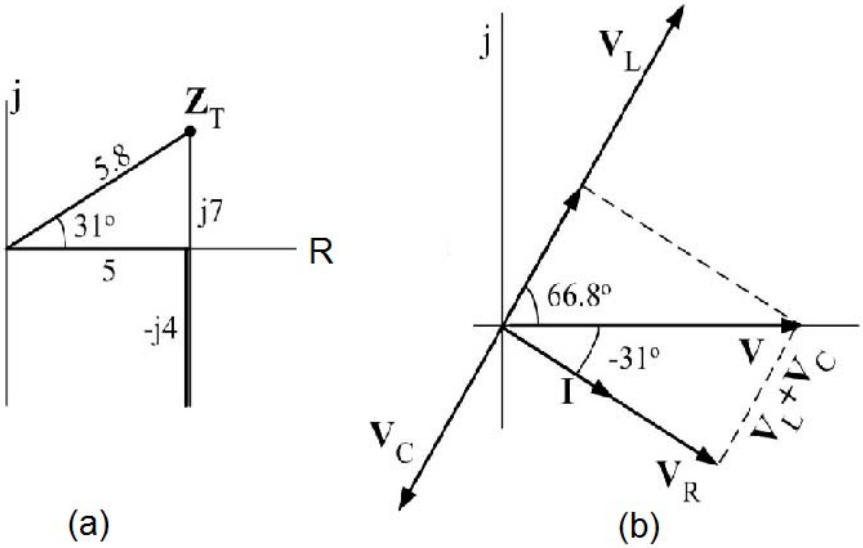
$$V_R = R \times I = 5 \times 17.2 \angle -31^o = 86 \angle -31^o\ \text{V}$$

$$V_L = jX_L \times I = 7\angle 90^o \times 17.2 \angle -31^o = 120.4 \angle 59^o\ \text{V}$$

$$V_C = -jX_C \times I = 4\angle -90^o \times 17.2\angle -31^o = 68.8\angle -121^o \ V$$

$$V = V_R + V_L + V_C = (73.6 - j44.3) + (61.9 + j103.2) + (-35.5 - j59) = 100 \ V$$

ويبين الشكل ١-a٢٤ شكل المعاوقة ، كما يبين الشكل ١- b٢٤ المخطط الاتجاهي.



شكل ١-٢٤

في هذا المثال نرى أن المعاوقة حثيه، ولهذا فإن التيار **I** يتخلف عن الجهد المؤثر **V** بزاوية 31° والتي تساوي الإزاحة الزاوية للمعاوقة المكافئة. ونلاحظ أن هبوط الجهد V_R في المقاومة هو في اتجاه التيار، وأن هبوط الجهد V_L في الملف يتقدم عن التيار بزاوية 90°، بينما يتخلف هبوط الجهد V_C في المكثف عن التيار بزاوية 90°.

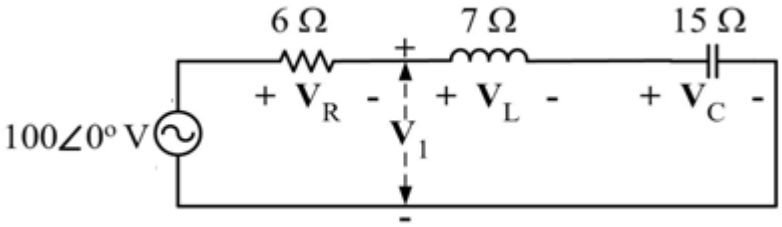
١- ٢- ٦ : قانون توزيع الجهد

يتوزع الجهد في معاوقات دائرة التوالي حسب القانون التالي

$$\mathbf{V}_X = \mathbf{V}\frac{Z_X}{\mathbf{Z}_T}$$

حيث V_X هو الجهد بين طرفي معاوقات متجاورة معاوقتها المكافئة Z_X ؛ Z_T هي المعاوقة المكافئة للدائرة ؛ و**V** هو الجهد المؤثر.

مثال ١- ٢- ٤ : احسب الجهود V_R، V_L، V_C وV_1 في دائرة التوالي المبينة في الشكل ١-٢٥ ، وذلك باستعمال قانون توزيع الجهد.



شكل ١-٢٥

الحل:

$$\mathbf{Z}_T = R + j\,X_L - j\,X_C = 6 + j7 - j15 = 6 - j8\ \Omega = 10\ \angle -53.1^{o}\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_R = \frac{R\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{6\angle 0^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = 60\angle 53.1^\circ\ \text{V}$$

$$\mathbf{V}_L = \frac{jX_L\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{7\angle 90^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = 70\angle 143.1^\circ\ \text{V}$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{-jX_C\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{15\angle -90^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = 150\angle -36.9^\circ\ \text{V}$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{(jX_L - jX_C)\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(7\angle 90^\circ - 15\angle 90^\circ)\,100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ} = \frac{8\angle -90^\circ \times 100\angle 0^\circ}{10\angle -53.1^\circ}$$

$$= 80\angle -36.9^\circ\ V$$

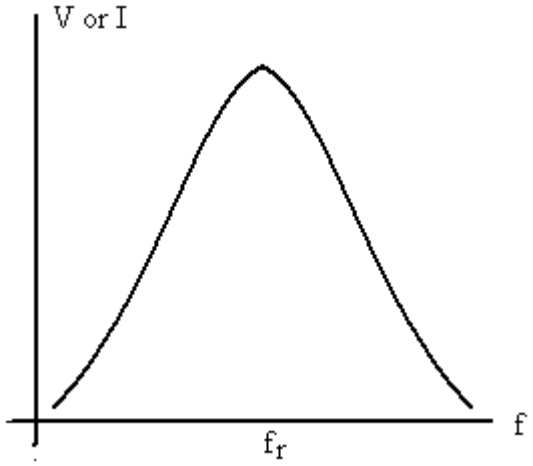
١- ٢- ٧ : الرنين في دوائر التوالي

دوائر الرنين مـن الدوائر الضرورية لتشغيل كثير من الأنظمة الكهربائية و الإلكترونية، وهي عبارة عن تشكيل من العناصر الأساسية R-L-C . يوضح الشكل ١-٢٦ منحنى الاستجابة لدائرة رنين وهي عبارة عن تغير القيمة الفعالة للجهد بين طرفي أحد مكونات الدائرة أو التيار المار فيها بدلالة تردد جهد المصدر. وكما نرى في الشكل ١-٢٦ فإن الاستجابة القصوى تحدث عندما يساوي التردد fr و تقل الاستجابة إلى اليمين وإلى اليسار من f_r بمعنى آخر أن دائرة الرنين تنتقي مدى معين من الترددات بحيث تكون الاستجابة قريبة للقيمة القصوى.

دائرة الاستقبال في جهاز الراديو أو التلفزيون لها منحنى استجابة مشابه للمنحنى الموضح في الشكل ١-٢٦ و بالتالي لا يمكن التقاط أي محطة إلا بعد ضبط التردد على f_r أو

قريباً منها أما المحطات التي ترسل على ترددات بعيدة عن f_r إلى أقصى اليمين أو أقصى الشمال فإنها لا تلتقط .

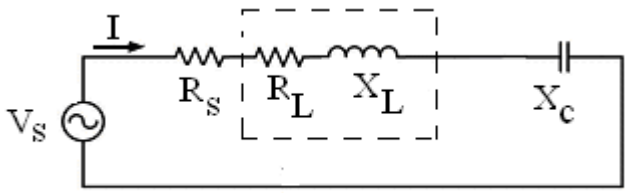
عندما نحصل على استجابة قصوى نقول إن الدائرة في حالة رنين و هذا يحدث عند تردد الرنين f_r .



شكل ١-٢٦ : منحنى الاستجابة لدائرة رنين

وهناك نوعان من دوائر الرنين : دوائر الرنين الموصلة على التوالي و دوائر الرنين الموصلة على التوازي. وفيما يلي ندرس دوائر الرنين الموصلة على التوالي فيما نرجئ دوائر التوازي فيما بعد.

يوضح الشكل ١-٢٧ دائرة الرنين الموصلة على التوالي حيث المقاومة R_L هي المقاومة الداخلية للملف و المقاومة R_S هي مقاومة المصدر إضافة إلى أي مقاومة أخرى مضافة للتأثير على شكل منحنى الاستجابة.



شكل ١-٢٧ : دائرة الرنين الموصلة على التوالي

اعتبر أن $R = R_S + R_L$

إذن المعاوقة الكلية لهذه الدائرة هي :

$$Z_T = R + jX_L - jX_c = R + j\,(X_L - X_c)$$

الرنين يحدث عندما :

$$X_L = X_c \qquad 1\text{-}33$$

إذن المعاوقة الكلية عند حدوث الرنين هي :

$$Z_T = R \qquad 1\text{-}34$$

يمكن الحصول على تردد الرنين بدلالة المحاثة L و السعة C من المعادلة ١- ٣٣

بما أن :

$$X_L = \omega_s L \;;\; X_C = \frac{1}{\omega_s C}$$

إذن :

$$\omega_s L = \frac{1}{\omega_s C}$$

$$\omega_s^2 LC = 1$$

$$\omega_s^2 = \frac{1}{LC} \qquad 1\text{-}35$$

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ويكون تردد الرنين

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad 1\text{-}36$$

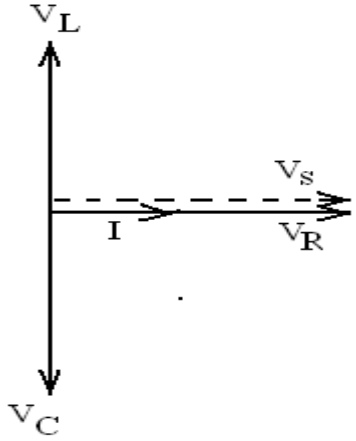
التيار خلال الدائرة أثناء الرنين هو :

$$I\angle\theta_i = \frac{V_s\angle\theta_V}{R} = \frac{V_s}{R}\angle\theta_V$$

حيث يلاحظ أن التيار يصل إلى أعلى قيمة له عند حدوث الرنين و يلاحظ أيضا أن التيار وجهد المصدر لهما نفس زاوية الطور($\theta_V = \theta_i$).

بما إن نفس التيار يمر خلال الملف والمكثف فإن الجهد عبر كل منهما متساوٍ في المقدار ومختلف في زاوية الطور بمقدار ١٨٠ درجة

ويمثل الشكل ١-٢٨ المخطط الاتجاهي للجهود و التيار وكما نلاحظ فإن الجهد بين طرفي المقاومة يساوي جهد المصدر عند حدوث الرنين .



شكل ١-٢٨ : المخطط الاتجاهي لدائرة الرنين عند حدوث الرنين

مثال ١- ٢- ٥ : في دائرة الرنين الموضحة في الشكل ١-٢٩ أوجد V_c, V_L, V_R I

الحل :

عند حدوث الرنين

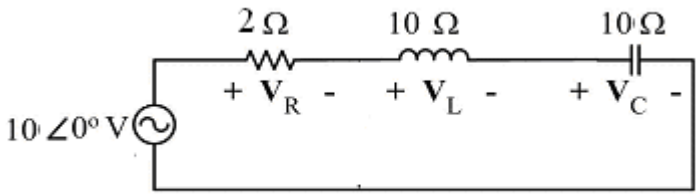
$Z_T = R = 2\Omega$

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{10\angle 0}{2\angle 0} = 5\angle 0\ A$$

$$V_R = IR = 5\angle 0 \times 2 = 10\angle 0\ V$$

$$V_L = I.X_L = 5\angle 0 \times 10\angle 90° = 50\angle 90°\ V$$

$$V_C = I.X_C = 5\angle 0 \times 10\angle -90° = 50\angle -90°\ V$$

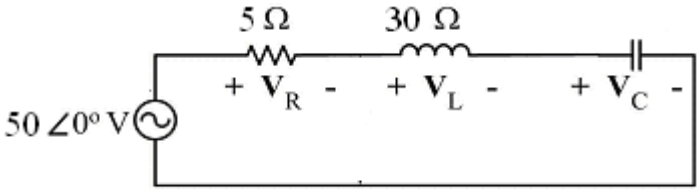


شكل ١-٢٩

مثال ١- ٢- ٦ : في دائرة الرنين الموضحة في الشكل ١-٣٠ أوجد ما يلي :

أ- قيمة Xc عند الرنين .

ب- قيمة التيار I وقيم الجهود V_R ، V_c ، V_L عند الرنين .



شكل ١-٣٠

الحل :

أ- عند الرنين :

$X_c = X_L = 30\ \Omega$

ت- عند الرنين :

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{50\angle 0}{5\angle 0} = 10\angle 0\ A$$

$$V_R = V_s = 50\angle 0\ V$$

$$V_L = I.X_L = 10\angle 0 \times 30\angle 90° = 300\angle 90°\ V$$

$$V_C = I.X_C = 10\angle 0 \times 30\angle -90° = 300\angle -90°\ V$$

١- ٢- ٨ : التوصيل على التوازي

يبين الشكل ١-٣١ دائرة توازي وهي تتكون من مصدر جهد ومن معاوقات خاضعة لنفس الجهد المؤثر بين أطرافها. ونستطيع تمثيل هذه المعاوقات بمعاوقة مكافئة $\mathbf{Z}_T$.

وباستعمال قانون كيرشوف للتيار

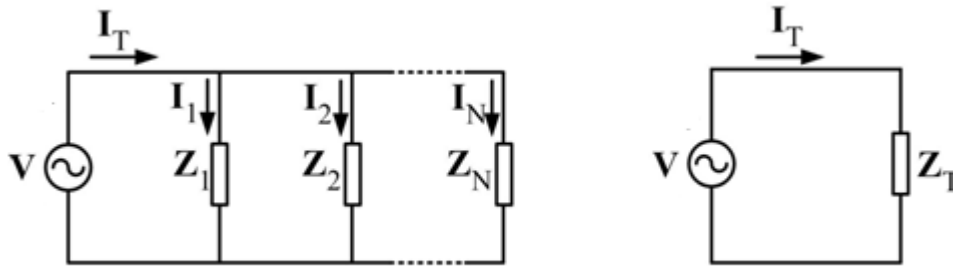
$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \cdots + \mathbf{I}_N$$

وقانون أوم

$$\mathbf{I}_x = \mathbf{V} / \mathbf{Z}_x \ , \quad \mathbf{I}_T = \mathbf{V} / \mathbf{Z}_T$$

حيث $x = 1, 2, \ldots, N$ ، نستنتج

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \ldots + \frac{1}{\mathbf{Z}_N} \qquad 1\text{-}37$$



الشكل ١-٣١: دائرة التوازي

وهنا يستحسن استعمال السماحيات المركبة **Y** عوضاً عن المعاوقات **Z**، حيث **Y = 1/Z**، وبهذا نكتب المعادلة 1-37 كما يلي

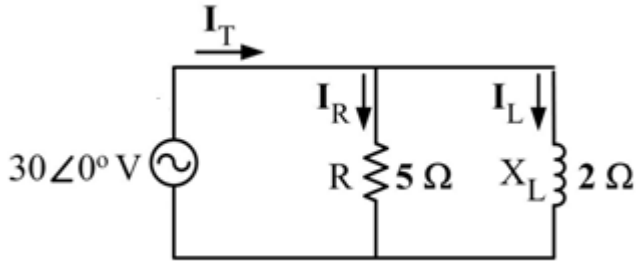
$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \cdots + \mathbf{Y}_N \qquad 1\text{-}38$$

ووحدة السماحية هي Siemens (ورمزها S) أما شكلها العام فهو

$$\mathbf{Y}_T = G_T + j\,B_T \qquad 1\text{-}39$$

والجزء الحقيقي G_T يسمى الموصلية (مقلوب المقاومة) وهي موجبة، أما الجزء التخيلي B_T فيسمى التقبلية ويمكن أن تكون موجبة (تقبلية سعوية) أو سالبة (تقبلية حثيه).

مثال ١- ٢- ٧ : في دائرة التوازي الموضحة في الشكل ١-٣٢ ، احسب السماحية المكافئة وارسم شكلها، ثم احسب التيار الكلي وارسم الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر.



الشكل ١-٣٢

الحل :

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{5} + \frac{1}{j2} = 0.2 - j0.5 \text{ S} = 0.54\angle -68.2^\circ \text{ S}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0.54\angle -68.2^\circ} = 1.9\angle 68.2^\circ \ \Omega$$

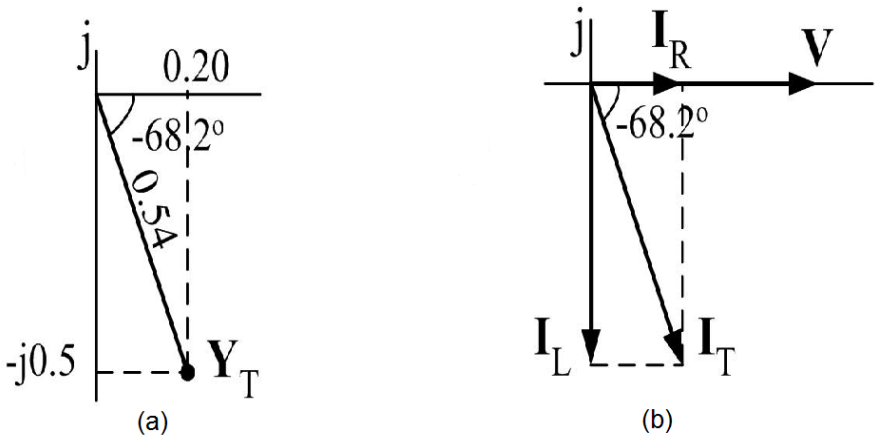
ويبين الشكل ١-a٣٣ شكل السماحية.

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \mathbf{Y}_T\mathbf{V} = 0.54\angle -68.2^\circ \times 30\angle 0^\circ = 16.2\angle -68.2^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{V}}{R} = \frac{30\angle 0^\circ}{5} = 6\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}}{jX_L} = \frac{30\angle 0^\circ}{2\angle 90^\circ} = 15\angle -90^\circ \text{ A}$$

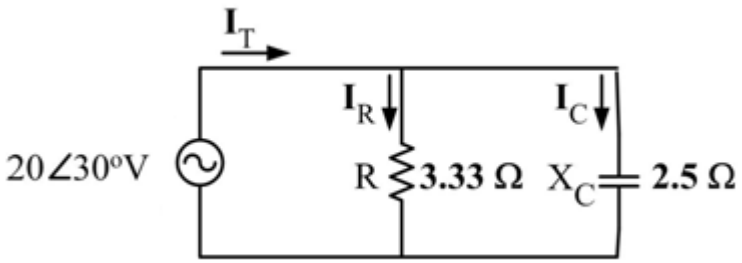
ويوضح الشكل ١-b٣٣ الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر



الشكل ١-٣٣

وكما نرى فإن التيار الكلي يتأخر عن الجهد وذلك لأن الحمل مادي - حثي

مثال ١- ٢- ٨ : ارسم شكل السماحية والشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر لدائرة التوازي الموضحة في الشكل ١-٣٤.



الشكل ١-٣٤

الحل :

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{3.33} + \frac{1}{-j2.5} = 0.3 + j0.4 \text{ S} = 0.5\angle 53.1^\circ \text{ S}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0.5\angle 53.1^\circ} = 2\angle -53.1^\circ \ \Omega$$

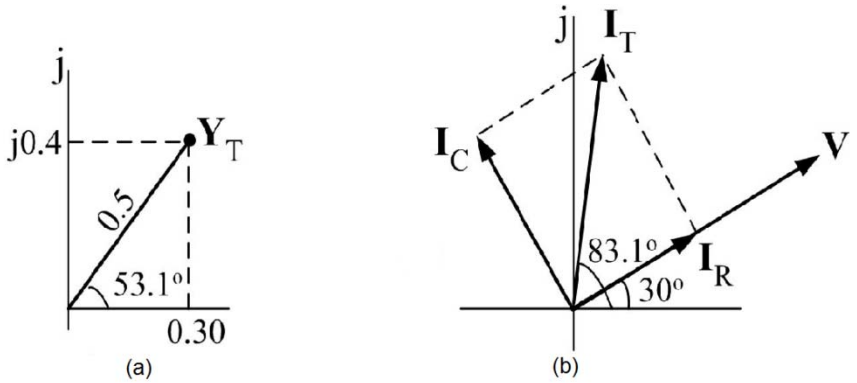
ويبين الشكل ١-٣٥a شكل السماحية.

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \mathbf{Y}_T\mathbf{V} = 0.5\angle 53.1^\circ \times 20\angle 30^\circ = 10\angle 83.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{V}}{R} = \frac{20\angle 30^\circ}{3.33} = 6\angle 30^\circ \text{ A}$$

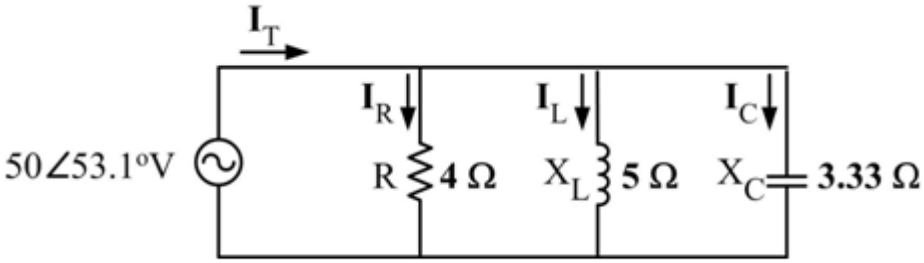
$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}}{-jX_C} = \frac{20\angle 30^\circ}{2.5\angle -90^\circ} = 8\angle 120^\circ \text{ A}$$

ويوضح الشكل ١-٣٥b الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر، ونلاحظ أن التيار يتقدم على الجهد.



الشكل ١-٣٥

مثال ١- ٢- ٩ :: في دائرة التوازي الموضحة في الشكل ١-٣٦ احسب السماحية المكافئة $\mathbf{Y}_T$ والتيار الكلي $\mathbf{I}_T$ وبين أن مجموع التيارات $\mathbf{I}_R$ و $\mathbf{I}_L$ و $\mathbf{I}_C$ يساوي $\mathbf{I}_T$، ثم ارسم شكل السماحية والشكل المطاور.



الشكل ١-٣٦

الحل:

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L + \mathbf{Y}_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{4} + \frac{1}{j5} + \frac{1}{-j3.33}$$

$$= 0.25 + j0.1\ S = 0.27\angle 21.8^\circ\ S$$

$$\mathbf{Z}_T = 1 / \mathbf{Y}_T = 3.7 \angle -21.8^o\ \Omega$$

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{Y}_T\ \mathbf{V} = 0.27\ \angle 21.8^o \times 50\ \angle 53.1^o = 13.5\ \angle 74.9^o\ A$$

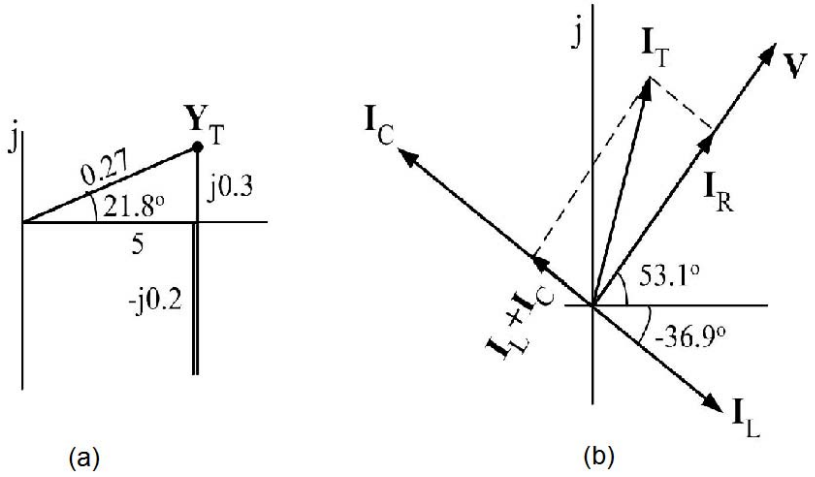
$$\mathbf{I}_R = \mathbf{V} / R = 50\ \angle 53.1^o / 4 = 12.5\ \angle 53.1^o\ A$$

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{V} / jX_L = 50\ \angle 53.1^o / 5\ \angle 90^o = 10\ \angle -36.9^o\ A$$

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{V} / -jX_C = 50\ \angle 53.1^o / 3.33\ \angle -90^o = 15\ \angle 143.1^o\ A$$

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = (7.5 + j\ 10) + (8 - j\ 6) + (-12 + j\ 9) = 3.5 + j\ 13\ A$$

ويبين الشكل ١-٣٧a شكل السماحية، كما يبين الشكل ١-٣٧b الشكل المطاور أو المخطط الاتجاهي.



الشكل ١-٣٧

وكما نرى فإن التيار الكلي يتقدم على الجهد المؤثر، مما يدل على أن الحمل الكلي مادي سعوي.

١- ٢- ٩ : قانون توزيع التيار

في حالة وجود عقدة (تفرع) في الدائرة فإن التيار يتوزع في المعاوقتين $\mathbf{Z}_1$ و $\mathbf{Z}_2$ على التوازي حسب القانونين

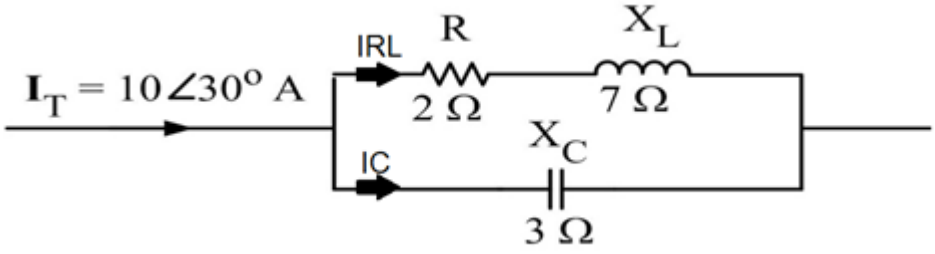
$$\mathbf{I}_1=\frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2}\quad,\quad \mathbf{I}_2=\frac{\mathbf{Z}_1\,\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2} \qquad 1\text{-}40$$

آي أن :

$$\mathbf{I}_1=\frac{\text{المعاوقات في الطرف الاخر}}{\text{مجموع المقاومات}}\mathbf{I}_T$$

حيث $\mathbf{I}_T$ هو التيار الكلي الذي يتفرع في المعاوقتين.

مثال ١- ٢- ١٠ : احسب التيار في كل فرع في الشكل 1-38 ، وذلك باستعمال قانون توزيع التيار.



الشكل ١-٣٨

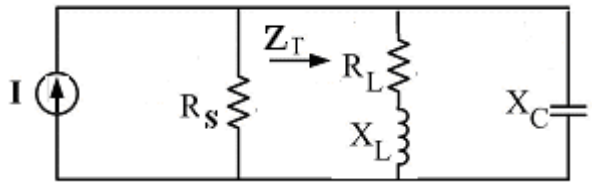
الحل:

$$\mathbf{I}_{RL} = \frac{-jX_C\ \mathbf{I}_T}{(R+jX_L)-jX_C} = \frac{3\angle -90^\circ \times 10\angle 30^\circ}{2+j7-j3} = \frac{30\angle -60^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = 6.71\angle -123.4^\circ\ A$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{(R+jX_L)\ \mathbf{I}_T}{(R+jX_L)-jX_C} = \frac{(2+j7)\ 10\angle 30^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = \frac{7.28\angle 74.1^\circ \times 10\angle 30^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = 16.29\angle 40.7^\circ\ A$$

١- ٢- ١٠ : الرنين في دوائر التوازي

دائرة الرنين الموصلة على التوازي تأخذ عادة الشكل الموضح في الشكل ١-٣٩ حيث R_L هي المقاومة الداخلية للملف و Rs المقاومة الداخلية لمصدر التيار. هذه الدائرة عادة ما تسمى بدائرة الخزان نسبة إلى اختزان الطاقة بواسطة الملف والمكثف .



الشكل ١-٣٩

بما أن دائرة الخزان هذه تستخدم عادة مع عناصر إلكترونية تحتاج إلى تيار ثابت مثل الترانزستور ، لذا يستحسن إن توصل بمصدر للتيار و ليس بمصدر للجهد كما هو الحال في دوائر الرنين الموصلة علي التوالي .

في البداية سنقوم باستبدال الفرع الذي يحتوي على توالي R-L بفرع آخر يحتوي علي توازي R-L كما يلي :

$$\mathbf{Z}_{R-L} = R_L + jX_L$$

$$\mathbf{Y}_{R-L} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{R-L}} = \frac{1}{R_L + jX_L}$$

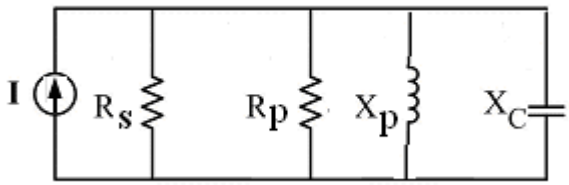
$$\mathbf{Y}_{R-L} = \frac{1}{R_L + jX_L} \times \frac{R_L - jX_L}{R_L - jX_L}$$

$$\mathbf{Y}_{R-L} = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p}$$

حيث

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} \qquad X_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L}$$

بالتالي يصبح شكل دائرة الرنين المتوازي كما هو موضح في الشكل ١-٤٠



الشكل ١-٤٠

عند حدوث الرنين

$$X_C = X_p \Rightarrow X_C = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L} \qquad 1\text{-}41$$

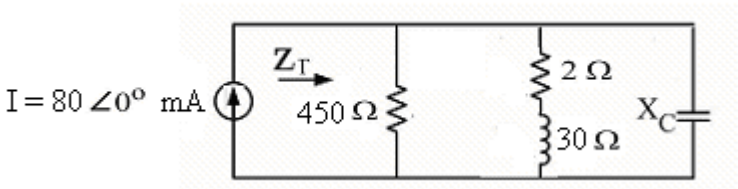
وبعد بعض الخطوات البسيطة نحصل على تردد الرنين

$$f_p = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{L}{C} - R_L^2} \qquad 1\text{-}42$$

ويلاحظ أن هذا التردد يعتمد على قيمة المقاومة R_L و يلاحظ كذلك أن مقاومة المصدر Rs ليس لها تأثير على تردد الرنين .

مثال ١- ٢- ١١ : من الدائرة الموضحة في الشكل ١-٤١ أوجد ما يلي :

- أوجد قيمة Xc عند حدوث الرنين .
- المقاومة الكلية Z_T عند حدوث الرنين
- التيارات I_l ، I_c عند حدوث الرنين
- إذا كان تردد الرنين هو 20.000 Hz أوجد قيمة L و C عند حدوث الرنين .



الشكل ١-٤١

الحل :

- **عند حدوث الرنين نستعمل المعادلة ١- ٤١**

$$X_C = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L} = \frac{2^2 + 30^2}{30} \approx 30\Omega$$

- **عند حدوث الرنين تكون المعاوقة الكلية**

$$Z_T = \frac{R_s R_p}{R_s + R_p}$$

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} = \frac{2^2 + 30^2}{2} = 452\Omega$$

$$Z_T = \frac{450 \times 452}{450 + 452} = 225.5\Omega$$

- **الجهد بين طرفي المكثف**

$$V = I\,Z_T = 80 \times 10^{-3} \angle 0 \times 225.5 \angle 0 = 18 \angle 0 V$$

وبذلك

$$I_L = \frac{V}{R_L + j\,X_L} = \frac{18\angle 0}{2 + j\,30} = 0.6 \angle -86° A$$

$$I_C = \frac{V}{-j\,X_C} = \frac{18\angle 0}{30 \angle -90°} = 0.6 \angle 90° A$$

- **عند حدوث الرنين تكون قيم L و C**

$$X_L = 2\pi\, f_p L \;\Rightarrow\; L = \frac{X_L}{2\pi\, f_p} = \frac{30}{2\pi \times 20000} = 0.24\, mH$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\, f_p C} \;\Rightarrow\; C = \frac{1}{2\pi\, f_p\, X_C} = \frac{1}{2\pi \times 20000 \times 30} = 0.000265\, mF$$

١- ٢- ١١ : التوصيل على التوالي – التوازي

كثير من الدوائر الكهربائية لا تحتوي على عناصر مربوطة على التوالي فقط أو على التوازي فقط، وإنما تتكون من فروع بعضها على التوالي وبعضها على التوازي. وتبين الأمثلة التالية الخطوات المستعملة لتحليل مثل هذه الدوائر.

مثال ١- ٢- ١٢: في الدائرة الموضحة في الشكل ١-٤٢، احسب ما يلي:

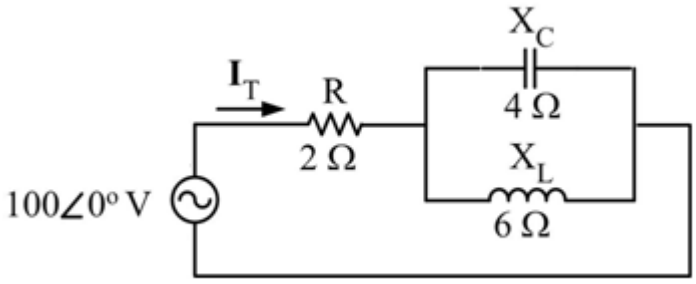
أ- المعاوقة المكافئة $\mathbf{Z}_T$؛

ب- التيار الكلي $\mathbf{I}_T$؛

ج- التيار في الملف $\mathbf{I}_L$؛

د- الجهد بين طرفي المقاومة $\mathbf{V}_R$؛

ه- الجهد بين طرفي المكثف $\mathbf{V}_C$.



الشكل ١-٤٢

الحل :

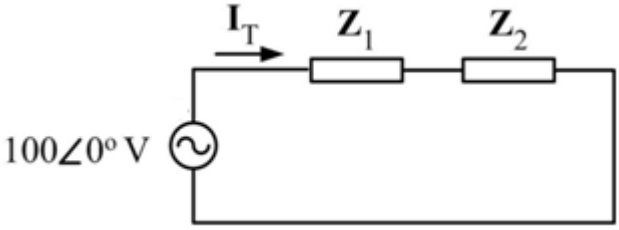
أ- لتسهيل حساب المعاوقة المكافئة أعد رسم الدائرة كما في الشكل ١- ٤٣، حيث

$$\mathbf{Z}_1 = R = 2\Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{(jX_L)(-jX_C)}{(jX_L)+(-jX_C)} = \frac{(6\angle 90^\circ)(4\angle -90^\circ)}{j6-j4} = -j12\Omega = 12\angle -90^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 2 - j12\ \Omega = 12.17\angle -80.5^\circ\ \Omega$$

نستنتج أن الحمل مادي - سعوي



الشكل ١-٤٣

ب- $$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\angle 0^\circ}{12.17\angle -80.5^\circ} = 8.22\angle 80.5^\circ \text{ A}$$

ج- لحساب التيار في الملف نستعمل قانون توزيع التيار :

$$\mathbf{I}_L = \frac{(-jX_C)\mathbf{I}_T}{(-jX_C)+(jX_L)} = \frac{(4\angle -90^\circ)(8.22\angle 80.5^\circ)}{2\angle 90^\circ} = 16.44\angle -99.5^\circ\ A$$

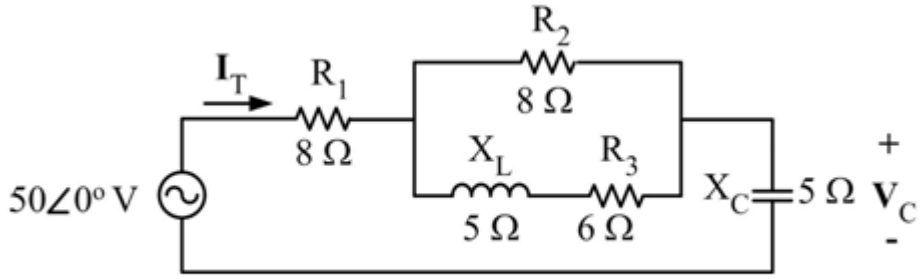
د- $$\mathbf{V}_R = R\mathbf{I}_T = 2\times 8.22\angle 80.5^\circ = 16.44\angle 80.5^\circ\ V$$

ه- $$\mathbf{V}_C = \mathbf{Z}_2\,\mathbf{I}_T = 12\ \angle -90^\circ \times 8.22\angle 80.5^\circ = 98.64\angle -9.5^\circ\ V$$

مثال ١- ٢- ١٣: : في الدائرة الموضحة في الشكل ١-٤٤ ، احسب مايلي:

أ- الجهد بين طرفي المكثف $\mathbf{V}_C$ باستعمال قانون توزيع الجهد .

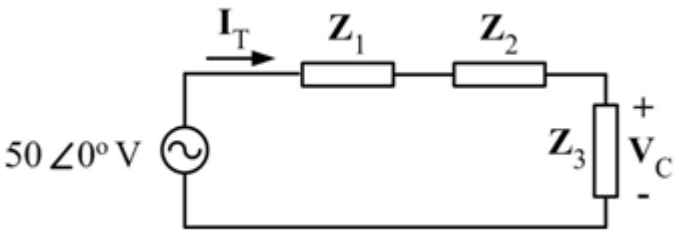
ب- التيار الكلي $\mathbf{I}_T$.



الشكل ١-٤٤

الحل :

أ- لتسهيل حساب الجهد $\mathbf{V}_C$ أعد رسم الدائرة كما في الشكل ١-٤٥ ، حيث



الشكل ١-٤٥

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 = 8\Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{R_2(R_3 + jX_L)}{R_2 + (R_3 + jX_L)} = \frac{8(6+j5)}{8+(6+j5)} = \frac{62.48\angle 39.8^\circ}{14.87\angle 19.7^\circ} = 4.2\angle 20.1^\circ\ \Omega = 3.94 + j1.44\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = -jX_C = -j5\ \Omega$$

وباستعمال قانون توزيع الجهد نحسب الجهد

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_3\,\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(5\angle -90^\circ)(50\angle 0^\circ)}{(8) + (3.94 + j1.44) + (-j5)} = \frac{250\angle -90^\circ}{12.46\angle -16.6^\circ} = 20.06\angle -73.4^\circ\ \text{V}$$

ب-
$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}_C}{-jX_C} = \frac{20.06\angle -73.4^\circ}{5\angle -90^\circ} = 4.01\angle 16.6^\circ\ \text{A}$$

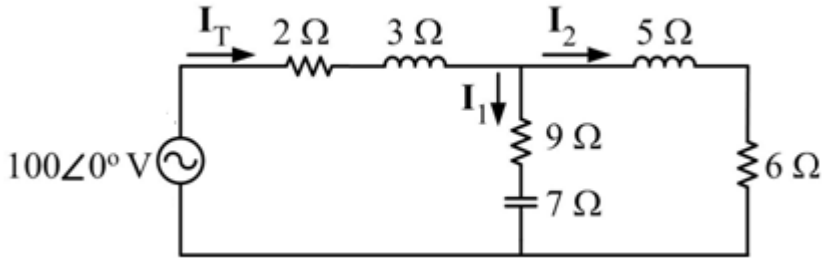
مثال ١- ٢- ١٤: في الدائرة الموضحة في الشكل ١-٤٦، احسب ما يلي:

أ- المعاوقة المكافئة $\mathbf{Z}_T$؛

ب- التيار الكلي $\mathbf{I}_T$؛

ج- التيار في المعاوقة المادية-السعوية $\mathbf{I}_1$؛

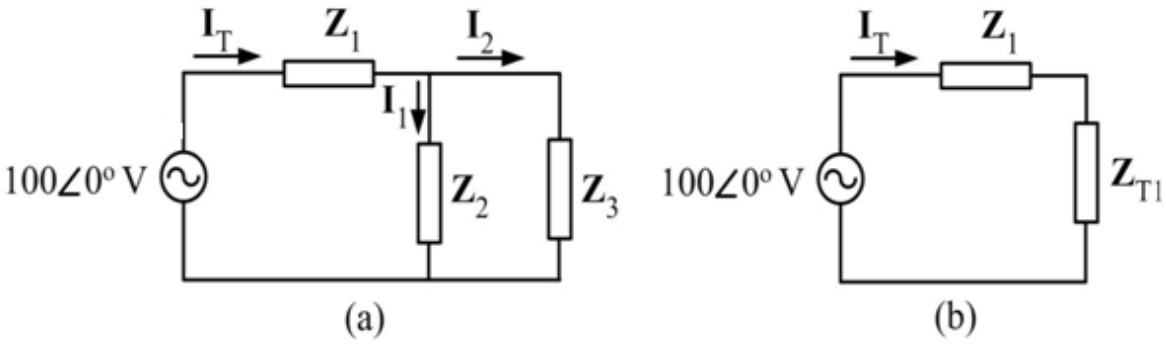
د- التيار في المعاوقة المادية-الحثية $\mathbf{I}_2$.



الشكل ١-٤٦

الحل :

نعيد رسم الدائرة كما في الشكلين ١-٤٧ ، حيث:



الشكل ١-٤٧

$$\mathbf{Z}_1 = 2 + j3\ \Omega = 3.61\angle 56.3^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = 9 - j7\ \Omega = 11.4\angle -37.9^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = 6 + j5\ \Omega = 7.81\angle 39.8^\circ\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{T1} = \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(11.4\angle -37.9^\circ)(7.81\angle 39.8^\circ)}{(9 - j7) + (6 + j5)} = \frac{89.03\angle 1.9^\circ}{15.13\angle -7.6^\circ}$$

$$= 5.88\angle 9.5^\circ\ \Omega = 5.8 + j0.97\ \Omega$$

أ- $\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{T1} = 2 + j3 + 5.8 + j0.97 = 7.8 + j3.97\ \ \Omega = 8.75\angle 27^\circ\ \Omega$

ب- $\mathbf{I}_T = \dfrac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \dfrac{100\angle 0^\circ}{8.7\angle 27^\circ} = 14.3\angle -27^\circ\ A$

ج- نستعمل قانون توزيع التيار لحساب التيار $\mathbf{I}_1$

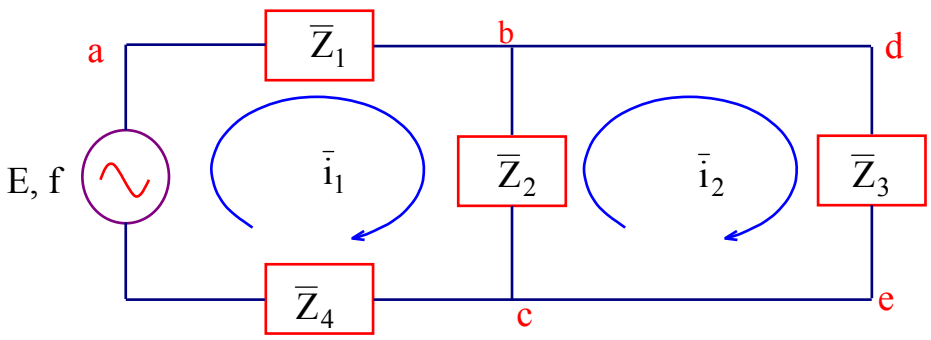
$$\mathbf{I}_1=\frac{\mathbf{Z}_3\,\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_3}=\frac{(7.8\angle 39.8^\circ)(11.43\angle -27^\circ)}{(9-j7)+(6+j5)}=\frac{89.154\angle 12.8^\circ}{15.13\angle -7.6^\circ}=5.9\angle 20.4^\circ\ A$$

د- نستعمل قانون كيرشوف للتيار لحساب التيار $\mathbf{I}_2$

$$\mathbf{I}_2=\mathbf{I}_T-\mathbf{I}_1=(10.69-j5.71)-(5.52+j2.05)=9.25\angle -56^\circ\ A$$

١- ٢- ١٢ : قوانين كيرشوف في دوائر التيار المتردد

لحل مسائل التيار المتردد نستخدم جميع قوانين التيار المستمر بما فيها قوانين كيرشوف للتيار وللجهد شريطة أن نستعمل المعاوقة المركبة مكان المقاومة وأن نعبر عن التيار والجهد عن طريق متجهات. وفيما يلي نشرح إحد الطرق المستخدمة وهي طريقه الحلقة المغلقة (Closed Loop (Mesh) Method). تعتمد طريقة الحلقة المغلقة على قانونا كيرشوف للتيارات والجهود. حيث تتم بترتيب قانون كيرشوف في نظام معادلات خطية على طريقة المصفوفات ، وكذلك جعل تياراً دواراً لكل دائرة كهربائية مغلقه، وبتطبيق قوانين كيرشوف يمكن تنظيم المعادلات على صورة نظام مصفوفات.



شكل (١-٤٨)

من شكل (١-٤٨) يمكن اعتبار التيار الدوار $\bar{i}_1$ هو التيار الخاص بالدائرة المغلقة abc (أو الدائرة رقم 1) وكذلك يمكن اعتبار التيار $\bar{i}_2$ هو التيار الخاص بالدائرة المغلقة bdec (أو الدائرة رقم 2). ويكون بالتالي التيار المار في كل من المعاوقات $\bar{Z}_1, \bar{Z}_4$ هو التيار $\bar{i}_1$ والتيار المار في المعاوقة $\bar{Z}_3$ هو التيار $\bar{i}_2$ أما المعاوقة $\bar{Z}_2$ فيمر فيها التيار $\bar{i}_1-\bar{i}_2$ ويمكن بالتالي كتابة قوانين كيرشوف كالتالي:

- بالنسبة للدائرة abc (أو الدائرة رقم 1):

$$\overline{E} = \overline{i}_1 \cdot \left(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_4\right) + \left(\overline{i}_1 - \overline{i}_2\right) \cdot \overline{Z}_2$$

$$\overline{E} = \overline{i}_1 \cdot \left(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_4 + \overline{Z}_2\right) - \overline{i}_2 \cdot \overline{Z}_2 \qquad ١/$$

- بالنسبة للدائرة bdec (أو الدائرة رقم 2):

$$0 = \overline{i}_2 \cdot \overline{Z}_3 - \left(\overline{i}_1 - \overline{i}_2\right) \cdot \overline{Z}_2$$

$$0 = -\overline{i}_1 \cdot \overline{Z}_2 + \overline{i}_2 \cdot \left(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3\right) \qquad 2/$$

- ويمكن ترتيب المعادلات ١و٢ على صورة نظام معادلات خطية من الدرجة الأولى كالتالي:

$$\underset{[2\times 2]}{\begin{bmatrix} \left(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_4 + \overline{Z}_2\right) & -\overline{Z}_2 \\ -\overline{Z}_2 & \left(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3\right) \end{bmatrix}} \underset{[2\times 1]}{\begin{bmatrix} \overline{i}_1 \\ \overline{i}_2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \overline{E} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ويلاحظ في هذا النظام ما يلي:

١. يمكن التعبير عن هذا النظام بأنه نظام المعادلات الخطية لقانون أوم لدوائر التيار المتردد على الصورة $[\overline{Z}][\overline{I}] = [\overline{V}]$ حيث تسمى $[\overline{Z}]$ بمصفوفة المعاوقات ويسمى $[\overline{i}]$ بمتجه التيارات ويسمى $[\overline{V}]$ بمتجه الجهود.

٢. يكون متجه التيارات $[\overline{i}]$ في الغالب هو المجهول وهو يمثل التيارات الدوارة في الدائرة الكهربائية المكونة من مجموعة k من الدوائر الكهربائية المغلقة.

٣. يمكن بناء مصفوفة المعاوقات بداية من القطر حيث تكون هذه المصفوفة مربعة ومتماثلة

$(k \times k)$ وتكون مكونات القطر <u>فقط</u> موجبة أما باقي المكونات فتكون سالبة. وتكون مفردات مكونات القطر وهي $\overline{Z}_{11}$ و $\overline{Z}_{22}$ ، .... حتى $\overline{Z}_{kk}$ هي مجموع معاوقات الدائرة المغلقة رقم 1 و 2 .....حتى رقم k، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$\overline{Z}_{11} = \left(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_4 + \overline{Z}_2\right)$$

$$\overline{Z}_{22} = \left(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3\right)$$

حيث $k = 2$ في هذه الحالة.

أما المكونات التي هي خارج القطر فتكون سالبة وهي على الصورة العامة $\overline{Z}_{mn}$ حيث هي المعاوقة المشتركة بين الدائرة رقم m والدائرة رقم n، ويلاحظ أن $\overline{Z}_{nm} = \overline{Z}_{mn}$ حيث إن المعاوقة المشتركة بين الدائرة رقم n والدائرة رقم m هي نفسها المعاوقة المشتركة بين الدائرة رقم m والدائرة رقم n.

٤. يمكن بناء متجه الجهود $[\overline{V}]$ بأنه مجموعة من مفردات الجهود $\overline{V}_x = \overline{V}_1, \overline{V}_2, ...\overline{V}_k$ حيث يمثل $\overline{V}_x$ مجموع مصادر الجهد في الدائرة رقم x، حيث: $\overline{V}_1$ هو مجموع مصادر الجهد في الدائرة المغلقة رقم 1، و $\overline{V}_2$ هو مجموع مصادر الجهد في الدائرة المغلقة رقم 2 و $\overline{V}_k$ هو مجموع مصادر الجهد في الدائرة المغلقة رقم k. ويكون الاتجاه الموجب للجهد $\overline{V}_x$ هو اتجاه سريان التيار $\overline{i}_x$.

٥. ويكون حل هذا النظام الخطي للمعادلات بالطرق القياسية المعروفة في رياضيات المصفوفات، حيث يكون الحل العام على الصورة: $[\overline{i}] = [\overline{Z}]^{-1} [\overline{V}]$، وهناك العديد من طرق حل هذا النظام الخطي لمعادلات الدرجة الأولى التي تعتمد في مجملها على كيفية إيجاد معكوس المصفوفة $[\overline{Z}]$ على صورة $[\overline{Z}]^{-1}$. وسوف نوجز هنا إحدى الطرق التي تعتمد على المحددات في حل هذا النظام. وفي هذه الطريقة يتم الآتي:

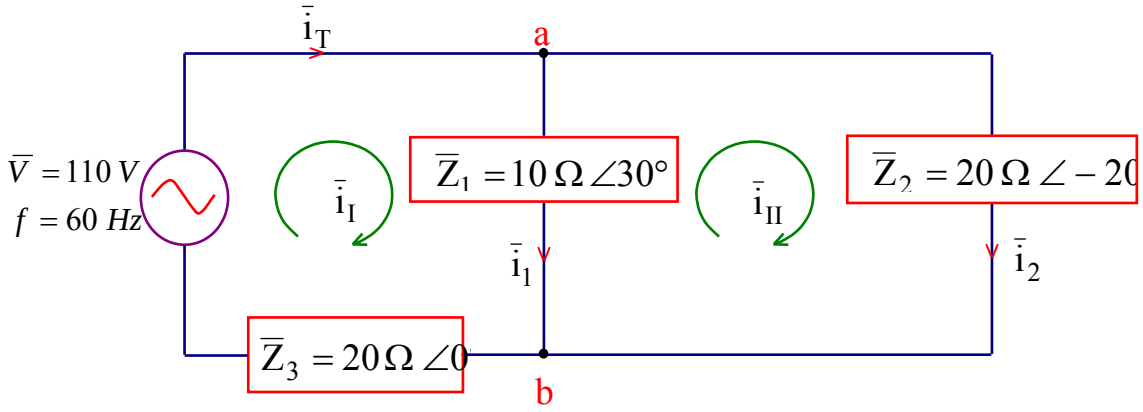
- حساب المحددة الرئيسة للمصفوفة $[\overline{Z}]$ على شكل $|\overline{Z}| = |[\overline{Z}]|$
- حساب المحددة رقم x للمصفوفة $[\overline{Z}]$ على صورة $|\overline{Z}|_x$ وذلك بحساب محددة المصفوفة بعد استبدال العمود رقم x للمصفوفة بمتجه الجهود $[\overline{V}]$.
- حساب التيار رقم x كالتالي:

$$\overline{i}_x = \frac{|\overline{Z}|_x}{|\overline{Z}|}$$

- حساب التيارات الخاصة بكل جزء من أجزاء الدائرة مع الأخذ في الاعتبار أجزاء الدائرة التي يسري فيها أكثر من تيار باعتبار محصلة هذه التيارات.

مثال (١- ٢- ١٥)

في الدائرة المبينة بشكل (١-٤٩) احسب التيار في الفرع ab بطريقة الحلقة المغلقة (ماكسويل).



شكل (١- ٤٩)

الحل

نلاحظ أن الدائرة الكهربائية تتكون من دائرتين كهربائيتين مغلقتين، وبالتالي نفترض وجود تيارين دوارين $\bar{i}_I$ & $\bar{i}_{II}$. وحل الدائرة الكهربائية يعتمد بطريقة أساسية على إيجاد هذين التيارين.

خطوات الحل:

- نبدأ أولاً ببناء مصفوفة المعاوقات وهي مصفوفة مربعة (2×2) متماثلة حول قطرها كالتالي:

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3) & (-\bar{Z}_1) \\ (-\bar{Z}_1) & (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) \end{bmatrix}$$

ونحسب بالتالي مكونات القطر كالتالي:

$$(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3) = (10\,\Omega\angle 30°) + (20\,\Omega\angle 0°) = 28.66 + j\,5 = 29.09\,\Omega\angle 9.9°$$

$$(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) = (10\,\Omega\angle 30°) + 20\,\Omega\angle -20° = 27.45 - j\,1.84 = 27.51\,\Omega\angle -3.84°$$

$$\therefore |\overline{Z}| = \begin{bmatrix} 29.09\angle 9.9^\circ & -10\angle 30^\circ \\ -10\angle 30 & 27.51\,\Omega\angle -3.84^\circ \end{bmatrix}$$

- ونبني بالتالي أيضاً متجه التيارات كالآتي:

$$[\bar{i}] = \begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \end{bmatrix}$$

- ونبني أيضاً متجه الجهود كالآتي:

$$[\overline{V}] = \begin{bmatrix} 110\angle 0^\circ \\ 0\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

وهكذا يمكن كتابة النظام الكامل للمعادلات الخاصة بالدائرة الكهربائية، كالآتي:

$$\begin{bmatrix} 29.09\angle 9.9^\circ & -10\angle 30^\circ \\ -10\angle 30 & 27.51\,\Omega\angle -3.84^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110\angle 0^\circ \\ 0\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

ويكون الحل الرياضي لهذا النظام على الصورة الرياضية الآتية:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_I \\ \bar{i}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29.09\angle 9.9^\circ & -10\angle 30^\circ \\ -10\angle 30 & 27.51\,\Omega\angle -3.84^\circ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 110\angle 0^\circ \\ 0\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

- حساب المحددة الرئيسة للمصفوفة:

$$|\overline{Z}| = \begin{vmatrix} 29.09\angle 9.9^\circ & -10\angle 30^\circ \\ -10\angle 30 & 27.51\,\Omega\angle -3.84^\circ \end{vmatrix}$$
$$= \left((29.09\angle 9.9^\circ)\cdot(27.51\,\Omega\angle -3.84^\circ)\right) - \left((-10\angle 30)\cdot(-10\angle 30)\right)$$
$$= 800.27\angle 6.06^\circ - 100\angle 60^\circ = 745.8 - j\,2.12 = 745.8\angle 0.2^\circ$$

- حساب المحددات الفرعية للمصفوفة:

$$|Z|_1 = \begin{vmatrix} 110\angle 0^\circ & -10\angle 30^\circ \\ 0\angle 0^\circ & 27.51\angle -3.84^\circ \end{vmatrix} = (110\angle 0^\circ)\cdot(27.51\angle -3.84^\circ) - 0\angle 0^\circ$$
$$= 3026.1\angle -3.84^\circ$$

$$|Z|_2 = \begin{vmatrix} 29.09\angle 9.9^\circ & 110\angle 0^\circ \\ -10\angle 30^\circ & 0\angle 0^\circ \end{vmatrix} = -(110\angle 0^\circ)\cdot(-10\angle 30^\circ) - 0\angle 0^\circ = 1100\angle 30^\circ$$

- نحسب التيارات الدوارة، كما يلي:

$$\bar{i}_I = \frac{|\bar{Z}|_1}{|\bar{Z}|} = \frac{3026.1\angle -3.84^\circ}{745.8\angle 0.2^\circ} = 4.06\text{ A}\angle -4.04^\circ$$

$$\bar{i}_{II} = \frac{|\bar{Z}|_2}{|\bar{Z}|} = \frac{1100\angle 30^\circ}{745.8\angle 0.2^\circ} = 1.475\text{ A}\angle 29.8^\circ$$

- نحسب التيار $\bar{i}_1$ كما يلي:

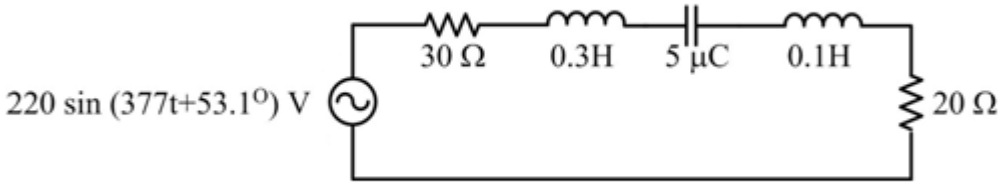
$$\bar{i}_1 = (\bar{i}_I - \bar{i}_{II}) = (4.06\text{ A}\angle -4.04^\circ) - (1.475\text{ A}\angle 29.8^\circ)$$
$$= 2.77 - j1.02 = 2.95\text{ A}\angle -20.2^\circ$$

مسائل الفصل الثاني

١ - إذا كان التيار المار في حمل معين $i(t)=6\sin(377t+30^{o})A$ ، وكان الجهد بين طرفيه $v(t)=220\sin(377t+60^{o})V$ ، أوجد التيار المطاور والجهد المطاور وكذلك المعاوقة المركبة للحمل، ثم ارسم الشكل المطاور.

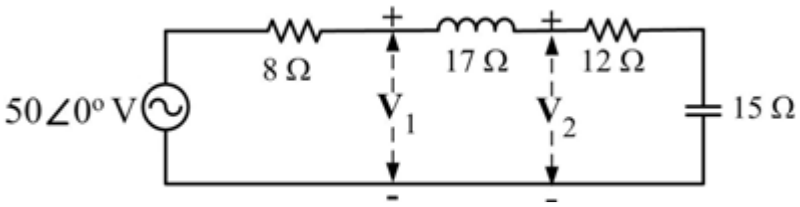
٢ - أعد المسألة ١- ٢- ١ إذا كان التيار $i(t)=10\sin(377t)A$ ، وكان الجهد $v(t)=380\cos(377t+60^{o})V$.

٣ - احسب المعاوقة المكافئة للدائرة المبينة في الشكل ١ وارسم شكلها ، ثم احسب التيار المار في الدائرة والجهد بين طرفي كل عنصر ، وارسم الشكل المطاور للتيار والجهود.



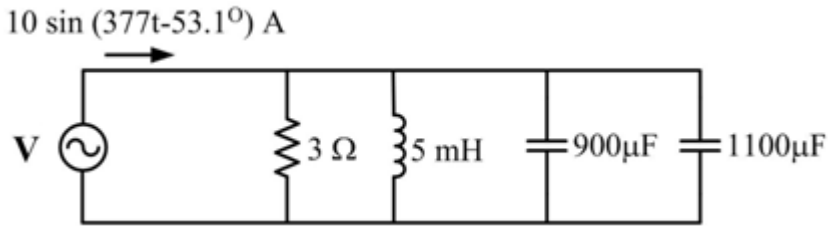
الشكل ١

٤ - احسب الجهدين V_1 و V_2 في الدائرة المبينة في الشكل ٢ ، وذلك باستعمال قانون توزيع الجهد.



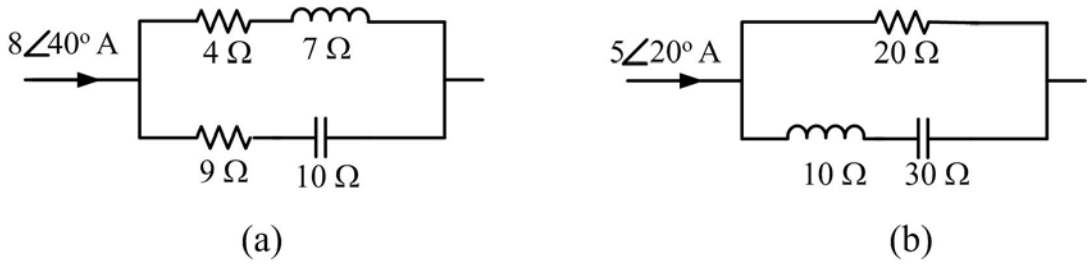
الشكل ٢

٥ - احسب السماحية المكافئة للدائرة المبينة في الشكل ٣ وارسم شكلها ، ثم احسب الجهد المؤثر وارسم الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر.



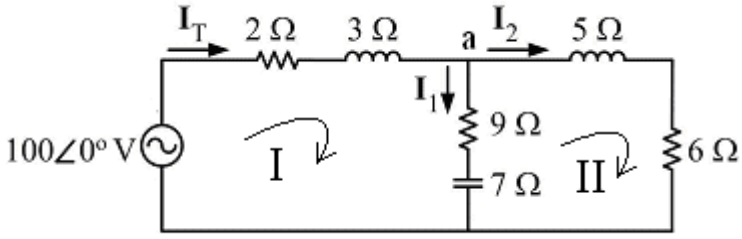
الشكل ٣

٦ - احسب التيار في كل فرع من الدائرتين a و b المبينتين في الشكل ٤ باستعمال قانون توزيع التيار.



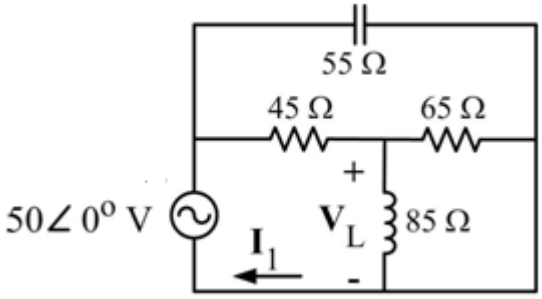
الشكل ٤

٧ - استعمل قوانين كيرشوف لحساب التيارات في الدائرة المبينة في الشكل ٥.



الشكل ٥

٨ - في الدائرة الموضحة في الشكل ٦، احسب التيار I_1 والجهد V_L؛



الشكل ٦

الفصل الثالث : القدرة الكهربائية للتيار المتردد

١- ٣- ١ مقدمة

عندما نغذي حملاً معاوقته $\mathbf{Z} = Z\angle\theta$ بالجهد

$$v(t) = V_m \sin\omega t = V\sqrt{2}\sin\omega t$$

فإن التيار

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \theta) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \theta)$$

سيمر في هذا الحمل. وفي اللحظة t فإن القدرة الداخلة في الحمل هي

$$p(t) = v(t)\,i(t) \qquad 1\text{-}43$$

وتسمى القدرة اللحظية للحمل. وتكون هذه القدرة موجبة عندما تكون إشارة التيار تساوي إشارة الجهد، وفي هذه الحالة نقول إن الحمل يستهلك تلك القدرة. أما إذا اختلفت الإشارتان فإن القدرة تكون سالبة، وهنا يصبح 'الحمل' مصدراً للقدرة.

وبتعويض قيمتي الجهد والتيار في المعادلتين السابقتين نجد أن :

$$p(t) = VI\cos\theta - VI\cos\theta\,\cos 2\omega t + VI\sin\theta\,\sin 2\omega t \qquad 1\text{-}44$$

وكما نلاحظ فإن القدرة اللحظية تتركب من ثلاثة أجزاء : جزء ثابت ويمثل القيمة المتوسطة، وجزءان يتذبذبان بتردد يساوي ضعف تردد الجهد (والتيار).

أما الشغل الكهربائي الذي يبذل في الحمل بين الفترتين الزمنيتين t_1 و t_2 فهو

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt \qquad 1\text{-}45$$

ووحدته الجول (Joule ورمزه J).

وفيما يلي تفاصيل لأنواع القدرة المستعملة في دوائر التيار المتردد.

١- ٣- ٢ القدرة الفعالة

نلاحظ أن القيمة المتوسطة للقدرة اللحظية هي

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt=V\,I\cos\theta \qquad 1\text{-}46$$

و نسميها القدرة الفعالة أو الحقيقية للحمل، وهي القدرة التي يستهلكها الحمل فعلياً (التي تتحول إلى حرارة في مقاومة مثلاً)، ووحدتها الوات (Watt ورمزه W).

ففي حالة حمل مادي مقاومته R فإن الجهد و التيار لهما نفس الطور وتكون الزاوية $\theta=0$ وبهذا فإن القدرة اللحظية تصبح

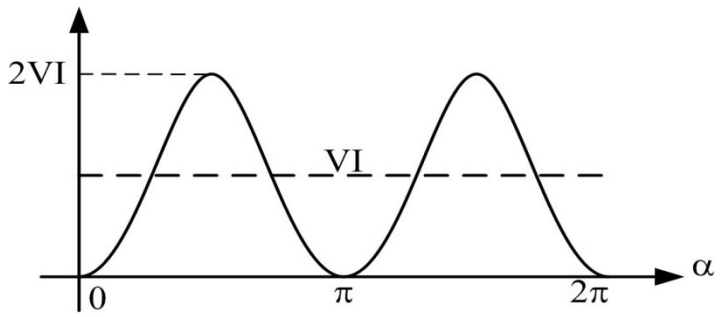
$$p_R(t)=V\,I-V\,I\cos 2\omega t \qquad 1\text{-}47$$

وهي مبينة في الشكل ١-٥٠ نلاحظ أن هذه القدرة موجبة في كل لحظة وهي متذبذبة حول قيمتها المتوسطة

$$P=V\,I=R\,I^2=V^2/R \qquad 1\text{-}48$$

بتردد $2f$ حيث f هو تردد الجهد (والتيار). وهذا يعني أن الحمل المادي يستهلك كل القدرة التي تأتيه من المصدر. أما الشغل الكهربائي المستهلك في المقاومة خلال دورة تيار كاملة فهو

$$W_R=\int_0^T p_R(t)\,dt=V\,I\,T=R\,I^2\,T=(V^2/R)\,T \qquad 1\text{-}49$$



الشكل ١-٥٠ : القدرة اللحظية في مقاومة

أما في حالة حمل حثي (سعوي) فإن الجهد يتقدم (يتأخر) على التيار بزاوية $\theta=90^o$ وبهذا فإن القدرة الفعالة تساوي الصفر، وعليه فإن كلاً من الحمل الحثي والحمل السعوي لا يستهلكان أي قدرة فعلياً وإنما يستعيرانها كما سنرى فيما بعد.

١- ٣- ٣ القدرة الظاهرية ومعامل القدرة

القدرة الظاهرية S في حمل معاوقته Z هي حاصل ضرب القيمة الفعالة للتيار المار في هذا الحمل والقيمة الفعالة للجهد بين طرفيه، ووحدتها الفولت أمبير (VA)، أي

$$S = V\,I = Z\,I^2 = V^2 / Z \qquad 1\text{-}50$$

ورغم أنها ليست هي القدرة المستهلكة فعلياً في كل الحالات إلا أنها مهمة في تحديد القدرة القصوى (المتوفرة عند تيار وجهد معينين) لعدد من الأجهزة كالمحولات مثلاً.

ومن المعادلتين 46-1و 50-1 نرى أن العلاقة بين القدرتين الظاهرية والفعالة هي

$$P = S\cos\theta \qquad 1\text{-}51$$

ونسمي النسبة

$$\cos\theta = \frac{P}{S} \qquad 1\text{-}52$$

معامل القدرة، لأنه يعطي نسبة القدرة المتوفرة التي تستهلك فعلياً من طرف الحمل. فبالنسبة للحمل الذي على شكل مقاومة فإن $\theta=0$، وبهذا فإن كل القدرة الظاهرية الداخلة في المقاومة ستستهلك فعلياً (تحول إلى حرارة). أما بالنسبة لحمل حثي أو سعوي فإن $\cos\theta=0$ ولن يستهلك هذا النوع من الأحمال أي جزء من القدرة الظاهرية فعلياً.

وكلما كان معامل القدرة قريباً من الواحد، كلما كان استعمال القدرة المتوفرة أحسن. وفي الحالات التي يكون فيها هذا المعامل صغيراً، نلجأ إلى تحسينه أي الرفع من قيمته.

١- ٣- ٤ القدرة غير الفعالة (المفاعلة)

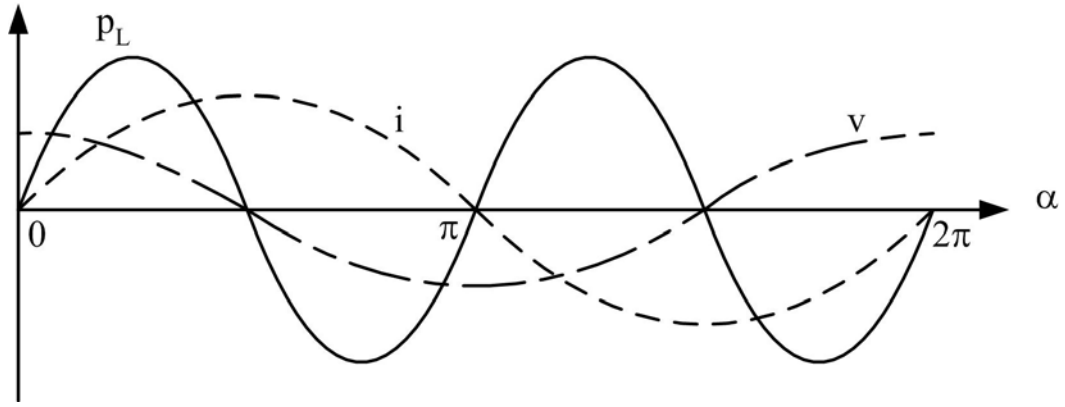
في حالة حمل حثي (ملف) نعوض الزاوية θ بـ90^o في المعادلة 44-1 ، وبهذا تصبح القدرة اللحظية

$$p_L(t) = V\,I\sin 2\omega t \qquad 1\text{-}53$$

وكما نرى فإنها متذبذبة بتردد يساوي ضعف تردد التيار وبقيمة قصوى تساوي القدرة الظاهرية، كما أن قيمتها المتوسطة معدومة.

ويبين الشكل ١-٥١ كلاً من القدرة p_L وموجات الجهد والتيار في الحمل الحثي. وهنا فإن الحمل يستعير القدرة الظاهرية VI من المصدر (p_L موجبة) عندما تتساوى إشارة الجهد مع إشارة التيار، وعندئذ فإن الملف يحول طاقة المصدر إلى طاقة مغناطيسية تتخزن في مجاله

المغناطيسي. وعندما تختلف إشارة الجهد مع إشارة التيار فإن الطاقة المغناطيسية تتحول إلى طاقة كهربائية وترجع إلى المصدر. وهكذا فلن يستهلك الملف أي قدرة.



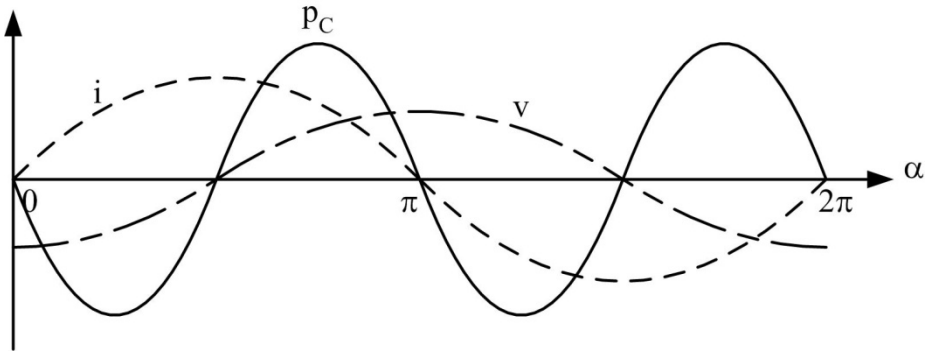
الشكل ١- ٥١: القدرة اللحظية و الجهد والتيار في ملف

وفي حالة حمل سعوي (مكثفة) فإننا نعوض الزاوية θ بـ°90- في المعادلة 1-44، وهكذا تصبح القدرة اللحظية

$$p_C(t) = -V\,I\,\sin 2\omega t \qquad 1\text{-}54$$

وكما نرى فإنها متذبذبة بتردد يساوي ضعف تردد التيار وبقيمة قصوى تساوي القدرة الظاهرية، كما أن قيمتها المتوسطة معدومة.

ويبين الشكل ١-٥٢ كلاً من القدرة p_C وموجات الجهد والتيار في الحمل السعوي. وهنا كذلك فإن الحمل يستعير القدرة الظاهرية VI من المصدر (p_C موجبة) عندما تتساوى إشارة الجهد وإشارة التيار، وعندئذ فإن المكثف تخزن طاقة المصدر في مجالها الكهروستاتيكي. وعندما تختلف إشارة الجهد مع إشارة التيار فإن الطاقة المخزنة تسترجع إلى المصدر. وهكذا فلن تستهلك المكثفة أي قدرة.



الشكل ١-٥٢ : القدرة اللحظية و الجهد والتيار في مكثفة

وعلى العموم نعرف القدرة غير الفعالة أو المفاعلة Q في أي حمل معاوقته $\mathbf{Z} = Z\angle\theta$ بالمعادلة

$$Q = V\,I\sin\theta \qquad 1\text{-}55$$

ووحدتها الفولت-أمبير مفاعل (volt-ampere reactive ورمزه VAR) وهي نسبة القدرة الظاهرية التي تستعار من طرف الحمل لإحداث مجال مغناطيسي (ملف) أو مجال كهروستاتيكي (مكثف).

ففي ملف ممانعته X_L ، فإننا نرمز للقدرة المفاعلة التي يستعيرها بالرمز Q_L وهي تساوي

$$Q_L = V\,I = X_L\,I^2 = V^2 / X_L \qquad 1\text{-}56$$

وكما نرى فإنها موجبة، ولهذا نقول أن الملف "يستهلك" القدرة المفاعلة.

وفي مكثف ممانعتها X_C، فإننا نرمز للقدرة المفاعلة التي تستعيرها بالرمز Q_C وهي تساوي

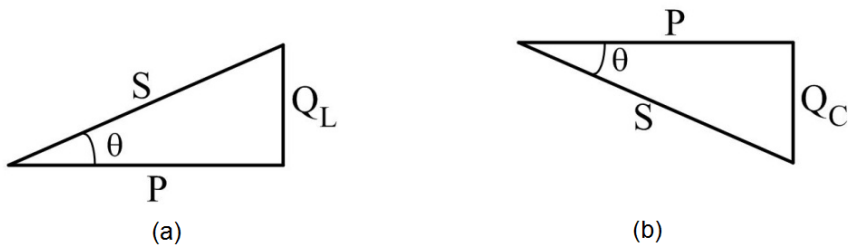
$$Q_C = -V\,I = -X_C\,I^2 = -V^2 / X_C \qquad 1\text{-}57$$

وهي سالبة، ولهذا السبب نقول إن المكثف "تولد" القدرة المفاعلة.

١- ٣- ٥ مثلث القدرة

نستطيع تمثيل العلاقة بين أنواع القدرة الثلاثة باستعمال مثلث القدرة. فلو رسمنا مثلثاً قائماً تساوي قاعدته القدرة الفعالة، ويساوي ارتفاعه القدرة غير الفعالة، فإن الوتر سيساوي القدرة الظاهرية وذلك حسب المعادلات 1-46 و1-50 و 1-55.

ويبين الشكلان ١- a٥٣ و ١- b٥٣ مثلثي القدرة في حالة حمل مادي-حثي و في حالة حمل مادي-سعوي. وإذا كان الحمل يحتوي على مقاومة وملف ومكثف فإن القدرة غير الفعالة Q تساوي مجموع Q_L و Q_C، حيث Q_L هي القدرة المفاعلة للملف و Q_C هي القدرة المفاعلة للمكثف. فإذا كانت القدرة الأولى أكبر فإن Q تكون موجبة ويظهر الحمل كأنه مادي-حثي، وإذا كان العكس فإن الحمل يظهر كأنه مادي-سعوي. أما إذا تساوت Q_L و Q_C فإن الحمل يصبح مادي بحت .



الشكل ١-٥٣ : مثلث القدرة في حمل مادي-حثي (a)، وفي حمل مادي-سعوي (b)

ونستطيع استعمال العلاقة

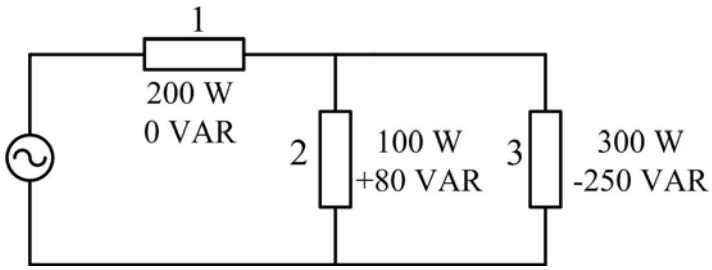
$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad 1\text{-}58$$

لحساب إحدى القدرات عندما تكون القدرتان الأخريان معلومتين.

في دائرة كهربائية مكونة من عدة عناصر نحسب القدرات الكلية و معامل القدرة الكلي حسب الطريقة الآتية:

- تساوي القدرة الفعالة الكلية P_T مجموع القدرات الفعالة لكل عنصر؛
- تساوي القدرة المفاعلة الكلية Q_T مجموع القدرات المفاعلة لكل عنصر؛
- تعطى القدرة الظاهرية الكلية S_T بالمعادلة $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$. نلاحظ هنا أن القدرة الظاهرية الكلية لا تساوي مجموع القدرات الظاهرية لكل عنصر، فلننتبه لهذا.
- معامل القدرة الكلي هو : $\cos\theta_T = P_T / S_T$

مثال ١- ٣- ١: احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية الكلية وكذلك معامل القدرة الكلي للدائرة المبينة في الشكل ١-٥٤، ثم ارسم مثلث القدرة و بين طبيعة كل حمل من الأحمال الثلاثة.



الشكل ١-٥٤

الحل:

القدرة الفعالة الكلية: $P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 200 + 100 + 300$
$= 600\ W$

القدرة المفاعلة الكلية: $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 80 - 250 = -170\ VAR$

نستنتج أن الحمل الكلي مادي- سعوي.

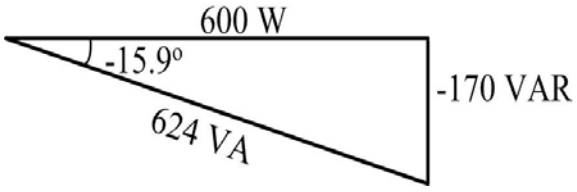
القدرة الظاهرية الكلية:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(600)^2 + (-170)^2} = 624\ VA$$

معامل القدرة الكلي :

$$\cos\theta_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{600}{624} = 0.96$$

ويتقدم التيار الكلي على الجهد المؤثر بالزاوية $\theta_T = 15.9^o$. ويبين الشكل ١-٥٥ مثلث القدرة.



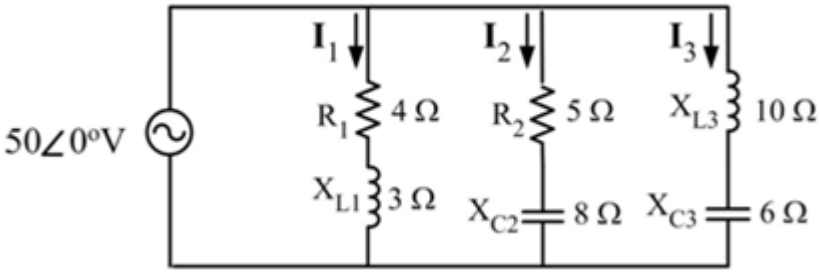
الشكل ١-٥٥

طبيعة الأحمال: الحمل 1: مادي ، الحمل، 2: مادي-حثي ، الحمل 3: مادي-سعوي .

مثال ١- ٣- ٢:

أ- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية وكذلك معامل القدرة لكل فرع من فروع الدائرة المبينة في الشكل ١- ٥٦

ب- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية الكلية وكذلك معامل القدرة الكلي للدائرة.



الشكل ١-٥٦

الحل:

أ-

الفرع 1:

$$\mathbf{I}_1=\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1}=\frac{50\angle 0^\circ}{4+j3}=\frac{50\angle 0^\circ}{5\angle 36.9^\circ}=10\angle -36.9^\circ\ \text{A}$$

$$P_1=R_1\,I_1^2=4\times 10^2=400\,\text{W}$$

$$Q_1=X_{L1}\,I_1^2=3\times 10^2=300\,\text{VAR}$$

$$S_1=V\,I_1=50\times 10=500\,\text{VA}$$

$$\cos\theta_1=\frac{P_1}{S_1}=\frac{400}{500}=0.8$$

الفرع 2:

$$\mathbf{I}_2=\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_2}=\frac{50\angle 0^\circ}{5-j8}=\frac{50\angle 0^\circ}{9.43\angle -58^\circ}=5.3\angle 58^\circ\ \text{A}$$

$$P_2=R_2\,I_2^2=5\times 5.3^2=141\,\text{W}$$

$$Q_2 = -X_{C2}\, I_2^2 = -8 \times 5.3^2 = -225\,\text{VAR}$$

$$S_2 = V\, I_2 = 50 \times 5.3 = 265\,\text{VA}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{140.5}{265} = 0.53$$

الفرع 3:

$$\mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_3} = \frac{50\angle 0^\circ}{j10 - j6} = \frac{50\angle 0^\circ}{4\angle 90^\circ} = 12.5\angle -90^\circ\ \text{A}$$

$$P_3 = 0\,\text{W}$$

$$Q_3 = (X_{L3} - X_{C3})\, I_3^2 = (10-6)\, 12.5^2 = 625\,\text{VAR}$$

$$S_3 = V\, I_3 = 50 \times 12.5 = 625\,\text{VA}$$

$$\cos\theta_3 = \frac{P_3}{S_3} = 0$$

ب-

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 400 + 141 = 541\ \text{W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 300 - 225 + 625 = 700\ \text{VAR}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(541)^2 + (700)^2} = 885\,\text{VA}$$

$$\cos\theta_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{541}{885} = 0.61$$

١- ٣- ٦ استخدام الواتميتر لقياس القدرة الفعالة

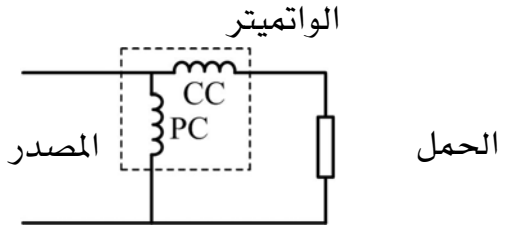
هناك عدة أنواع من الواتميترات، وهي تحتوي على ملفات للتيار وملفات للجهد، وتعتمد قراءتها على زاوية الطور بينهما. ومن بين الأجهزة المستعملة نذكر الواتميتر الكهروديناميكي والواتميتر الحثي.

ويحتوي جهاز الواتميتر على ملفين: يغذى الملف الأول بتيار الحمل ويعرف هذا الملف بملف التيار، أما الملف الآخر والمعروف بملف الجهد فإنه يغذى بتيار يتناسب مع الجهد بين طرفي الحمل.

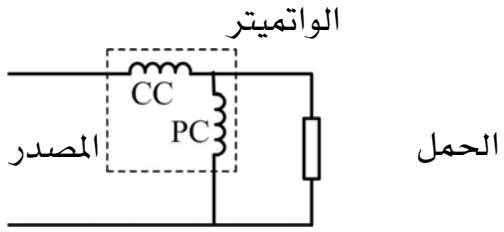
وهناك طريقتان لتوصيل جهاز الواتميتر لقياس القدرة التي يستهلكها حمل معين :

ففي الطريقة الأولى المبينة في الشكل ١-٥٧، نوصل ملف التيار (CC) على التوالي مع الحمل، أما ملف الجهد (PC) فإنه يوصل عبر ملف التيار والحمل معاً. وهنا فإن القدرة المقاسة أكبر من القدرة التي يستهلكها الحمل لأننا نقيس كذلك القدرة المفقودة في ملف التيار.

وفي الطريقة الثانية المبينة في الشكل ١-٥٨، فإننا نوصل ملف الجهد PC عبر أطراف الحمل فقط، وهنا فإن التيار المار في ملف التيار CC يساوي مجموع قيمتي التيار المار في الحمل والتيار المار في ملف الجهد، وعلى ذلك فإن القدرة المقاسة تساوي مجموع القدرة الحقيقية والقدرة المستهلكة في ملف الجهد.



الشكل ١-٥٧: الطريقة الأولى لتوصيل الواتميتر



الشكل ١-٥٨: الطريقة الثانية لتوصيل الواتميتر

وتعتمد طريقة توصيل الواتميتر على نوع الحمل المراد قياسه. فعندما يكون الحمل صغيراً يستحسن استعمال الطريقة الأولى لأن في هذه الحالة يكون هبوط الجهد عبر ملف التيار (ذي المقاومة الصغيرة) صغيراً يمكن إهماله. أما إذا كان الحمل كبيراً، فمن الأفضل استعمال الطريقة الثانية لأن قيمة التيار المار في ملف الجهد (ذي المقاومة الكبيرة) صغيرة في هذه الحالة.

وتزود كثير من الواتميترات بملفات خاصة لتعويض الخطأ الناتج عن فقد القدرة في أحد ملفي الجهاز.

مثال ١- ٣- ٣: إذا كانت القيمة الفعالة للجهد بين طرفي حمل V=220V، وكانت القيمة الفعالة للتيار المار فيه I=3A ، وكان معامل قدرته cosθ=0.8، احسب القدرة التي يقيسها واتميتر حسب الطريقتين، علماً أن مقاومة ملف الجهد للجهاز $R_V=2000\Omega$، ومقاومة ملف التيار للجهاز $R_i=3\Omega$.

الحل:

القدرة الحقيقية التي يستهلكها الحمل:

$$P = V\,I\cos\theta = 220\times3\times0.8 = 528\ W$$

حسب الطريقة الأولى:

القدرة المستهلكة في ملف التيار:

$$P_i = R_i\,I^2 = 3\times3^2 = 27\ W$$

القدرة التي يقيسها الجهاز :

$$P_T = P + P_i = 528 + 27 = 555\ W$$

حسب الطريقة الثانية:

القدرة المستهلكة في ملف الجهد:

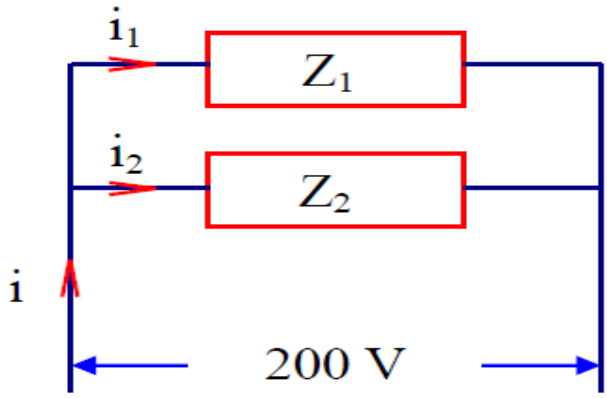
$$P_V = V^2/R_V = 220^2/2000 = 24.2\ W$$

القدرة التي يقيسها الجهاز :

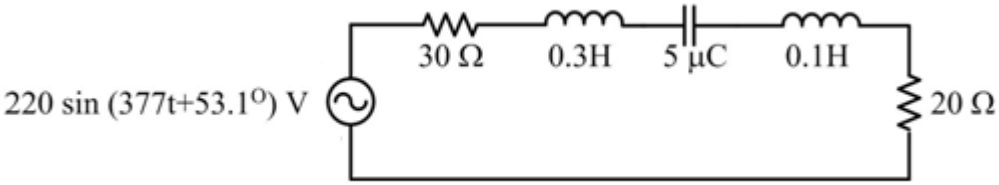
$$P_T = P + P_V = 528 + 24.2 = 552.2\ W$$

مسائل الفصل الثالث

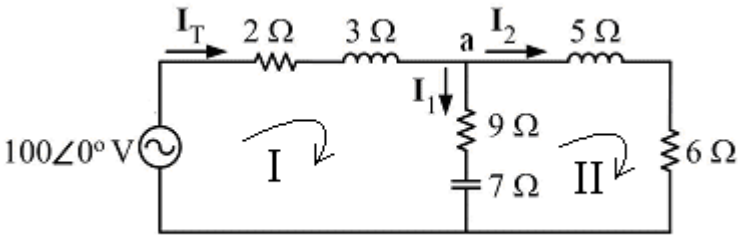
١- في الدائرة المبينة بالشكل التالي ، معاوقتان على التوازي ، حيث أن $Z1=6-j8\Omega$ و$z2=8+j6\Omega$ ، وكان الجهد المطبق عليهما $V= 200\ v$ ، احسب كل من التيار الكلى ، والقدرة الفعالة الكلية ، والقدرة المفاعلة الكلية ، والقدرة الظاهرة الكلية ، ومعامل القدرة.



٢- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية التي يوفرها مصدر الدائرة المبينة في الشكل الذي أمامك ، ثم احسب معامل القدرة الكلي للدائرة.



٣ - احسب القدرة غير الفعالة التي يستهلكها ملف الدائرة المبينة في الشكل المبين أمامك.



الوحدة الثانية

دوائر التيار المتردد ثلاثية الأطوار

الهدف العام للوحدة: معرفة الخطوات المستعملة لتحليل دوائر التيار المتردد البسيطة.

الأهداف التفصيلية:

١. أن يلم المتدرب بكيفية توليد الجهود ثلاثية الأوجه.
٢. أن يلم المتدرب بالعلاقة بين قيم الخط وقيم الوجه للتيار والجهد في حالتي التوصيل نجمة ودلتا.
٣. أن يلم المتدرب بكيفية حساب القدرة في الأحمال ثلاثية الأوجه.
٤. أن يلم المتدرب بكيفية استخدام جهاز واتميتر لقياس القدرة في الأحمال ثلاثية الأوجه.

دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار

الفصل الأول : وصف نظام التيار المتردد ثلاثي الأطوار وتحليل دوائره

٢- ١ وصف للنظام

التيار المتردد الذي درسناه إلى الآن يعرف بالتيار أحادي الطور (أو أحادي الوجه). ويتكون النظام المتعدد الأطوار من جهدين متساويين أو أكثر بينهما زوايا طور ثابتة. في النظام ذي الطور الثنائي هناك جهدان متساويان يختلفان في الطور بزاوية مقدارها ٩٠ درجة، بينما في النظام ذي الأطوار الثلاثة " ثلاثي الأوجه " يوجد ثلاثة جهود متساوية في المقدار وزاوية فرق الطور بين كل جهدين 120°، أيضاً هناك أنظمة ذات أطوار متعددة تبلغ ستة أطوار أو أكثر وهذه الأنظمة غالباً ما تستخدم في أجهزة تقويم التيار وذلك للحصول على جهد قليل التشوه .

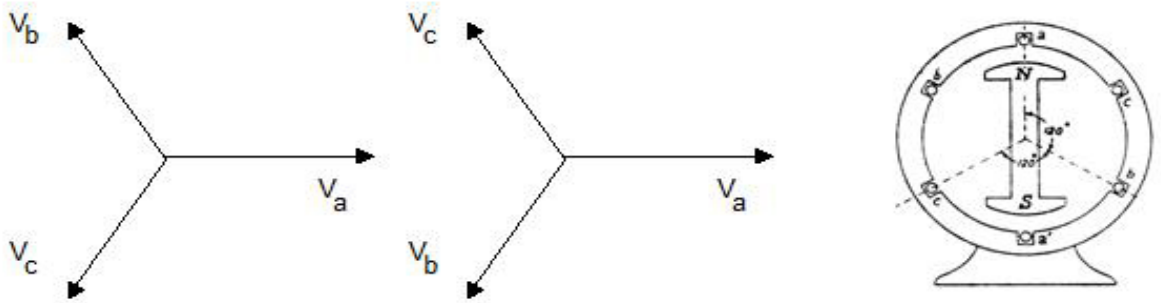
في الواقع معظم المولدات المستعملة في الشبكات تنتج التيار المتردد ثلاثي الأطوار (أو ثلاثي الأوجه)، وهو عبارة عن نظام ذي ثلاثة جهود (أو تيارات) مرتبطة ببعضها البعض. ومن بين أسباب تفضيل هذا النظام كونه يسبب مفاقيد نحاسية في خطوط النقل أقل من النظام أحادي الوجه وذلك لنفس القدرة المنقولة. ويكون النظام متماثلاً أو (متزناً) عندما تتساوى فيه القيم الفعالة للجهود (والتيارات) الثلاثة وتتقدم زاوية جهد (وتيار) الطور الأول عن زاوية الثاني بـ 120° كما تتقدم هذه الأخيرة عن زاوية الثالث بنفس الزاوية 120°. والنظام المتماثل يؤدي إلى تشغيل مكونات الشبكة وأحمالها الثلاثية الأطوار بطريقة افضل، ولهذا يتم تصميم الشبكات بحيث تكون في حالة قريبة من النظام المتماثل.

٢- ٢ توليد الجهود ثلاثية الأطوار

يحتوي المولد ثلاثي الأوجه على ثلاث ملفات مثبتة على العضو الدوار بحيث يكون بين كل ملف و الآخر زاوية مقدارها ١٢٠ درجة كما هو موضح في الشكل ٢-١ حيث انه عند دوران المولد الكهربائي تنتج جهود ثلاثية الأوجه ذات تتابع A-B-C وعند عكس اتجاه دوران المولد الكهربائي تكون الجهود ذات تتابع A-C-B. وهذه الملفات الثلاثة تدور في

مجال مغناطيسي ثابت كما أنه يمكن أن تكون موصلة على شكل نجمة أو دلتا حسب الحاجة . و بما أن الملفات الثلاثة تحتوي على نفس عدد اللفات وتدور بنفس السرعة الزاوية فإن الجهود الناتجة عن طريق الحث المغناطيسي (حسب قانون فاراداي) لها نفس التردد ونفس القيمة العظمى، وتختلف زوايا أطوارها بـ 120° وتعطى هذه الجهود بالمعادلات

$$v_{AA'} = V\sqrt{2}\sin\omega t$$
$$v_{BB'} = V\sqrt{2}\sin(\omega t - 120^{\circ}) \qquad 2\text{-}1$$
$$v_{CC'} = V\sqrt{2}\sin(\omega t - 240^{\circ})$$



الشكل ٢-١

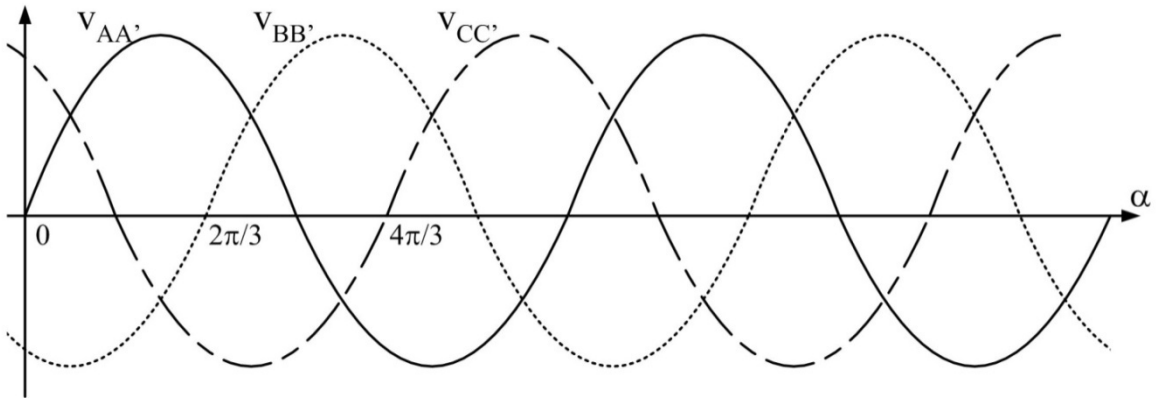
حيث A و A' يمثلان طرفي الملف الأول (نفس الشيء بالنسبة لـ B و B' و C و C')، و V هي القيمة الفعالة للجهود والتي تتساوى في الملفات الثلاثة.

٢- ٣ تمثيل الجهود وتتابعها

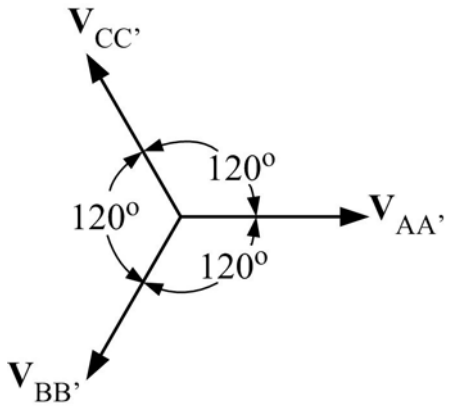
يبين الشكل ٢- ٢ موجات الجهود ، ثلاثية الأطوار المستحثة أما الشكل ٢-٣ فيبين الجهود المطاورة والتي تعطى بالمعادلات

$$\mathbf{V}_{AA'} = V\angle 0^\circ$$
$$\mathbf{V}_{BB'} = V\angle -120^\circ \qquad 2\text{-}2$$
$$\mathbf{V}_{CC'} = V\angle -240^\circ = V\angle 120^\circ$$

والأحمال المغذاة من طرف المولدات ثلاثية الأطوار تحتوي على ثلاثة فروع وتكون متزنة إذا تساوت معاوقات فروعها الثلاثة.



الشكل ٢-٢ : موجات جهود نظام ثلاثي الأطوار



الشكل ٢-٣ : الجهود المطاورة لنظام ثلاثي الأطوار

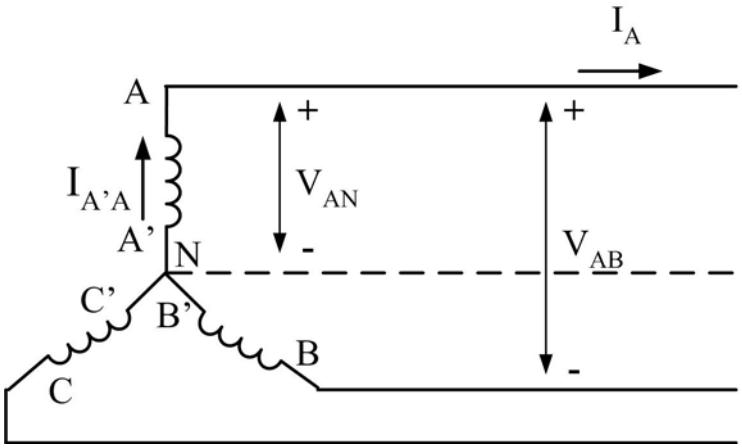
وكما هو ملاحظ فإن الجهود تتابع (A ثم B ثم C) وذلك لأن الجهد في الملف 'AA يمر بقيمته العظمى قبل الملف 'BB والجهد في هذا الأخير يمر بقيمته العظمى قبل الملف 'CC، ونستطيع تغيير تتابع الجهود بتغيير اتجاه دوران العضو الدوار. وكما هو معلوم فإن معرفة تتابع الجهود له أهمية قصوى في حالة ربط المولدات مع شبكة النقل والتوزيع.

٢- ٤ التوصيل علي شكل نجمة ودلتا والعلاقة بين قيم الخط و قيم الوجه للتيار والجهد

هناك طريقتان لتوصيل أطراف ملفات المولدات ببعضها البعض: توصيلة النجمة وتوصيلة الدلتا. وكلتا التوصيلتين تستعمل كذلك لربط الأحمال ثلاثية الأطوار. وفيما يلي ندرس تفاصيل التوصيلتين في حالة الاتزان.

٢- ٤- ١مولد موصول بتوصيلة النجمة

في هذا النوع من التوصيلة نربط أطراف ملفات المولد 'A و 'B و 'C مع بعضها البعض، وتسمى النقطة الناتجة بالطرف المحايد أو المتعادل ويرمز لها بالرمز N (الشكل ٢- ٤)، أما الأطراف A و B و C فإنها توصل بالأحمال بموصلات تسمى الخطوط. ونسمي الجهد بين أي خط من الخطوط الثلاثة والحيادي بجهد الطور (مثلاً الجهد v_{AN} بين الطور A و الحيادي والذي يساوي $v_{AA'}$ المعطى في المعادلة(1-2)، أما الجهد بين أي خطين فيعرف بجهد الخط (مثلاً الجهد v_{AB} بين الطرف A والطرف B). ويسمى التيار المار في أحد ملفات المولد (مثلاً $I_{A'A}$ المار في الملف 'AA) تيار الطور، كما يعرف التيار المار في أحد الخطوط (مثلاً I_A المار في الخط الخارج من الطرف A) بتيار الخط. وهذه الجهود والتيارات مبينة في الشكل ٢-٤، حيث لم نبين كل التيارات والجهود وذلك لتوضيح الشكل.



الشكل ٢-٤ : توصيلة النجمة في المولدات

وكما نرى فإن تيارات الأطوار تتساوى مع تيارات الخطوط، أما العلاقة بين جهود الأطوار وجهود الخطوط فنستنتجها كما يلي:

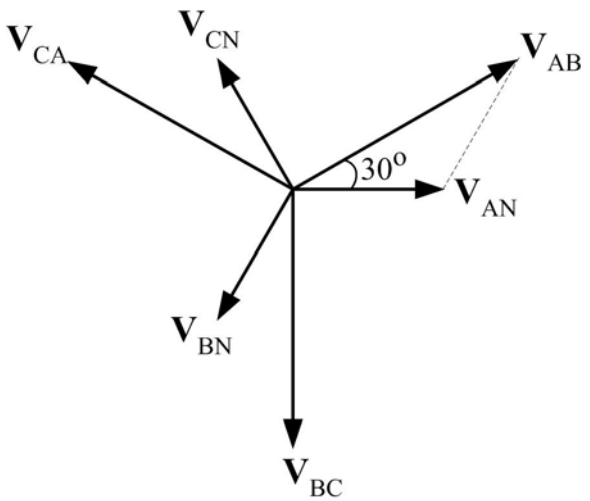
باستعمال المعادلات ٢- ٢ نجد جهد الخط $\mathbf{V}_{AB}$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{AB} &= \mathbf{V}_{AN} - \mathbf{V}_{BN} \\ &= V_{ph}\angle 0^\circ - V_{ph}\angle -120^\circ \\ &= V_{ph}\sqrt{3}\ \angle 30^\circ\end{aligned} \qquad 2\text{-}3$$

وكما نلاحظ فإن القيمة الفعالة لجهد الخط V_L في توصيلة النجمة تساوي $\sqrt{3}$ مرة القيمة الفعالة لجهد الطور(الوجه)، أي

$$V_L = V_{ph}\sqrt{3} \qquad 2\text{-}4$$

ويبين الشكل ٢-٥ الشكل المطاور لجهود الأطوار والخطوط، ونلاحظ أن زاوية أي من جهود الخط تختلف عن زاوية أي من جهود الطور. كما نلاحظ أن مجموع جهود الخط يساوي الصفر وكذلك مجموع جهود الطور.



الشكل ٢-٥ : الشكل المطاور لجهود الأطوار والخطوط

٢- ٤- ٢ مولد موصول بتوصيلة الدلتا

كما هو موضح في الشكل ٢- ٦، عند ربط أطراف ملفات المولد A مع C' و B مع A' و C مع B'، وربط الخطوط الخارجة بالأطراف A و B و C ، نحصل على توصيلة الدلتا.

وعلى العكس من توصيلة النجمة، فإنه في هذا النوع من التوصيلة لا يوجد طرف محايد كما أنه يتساوى جهد الطور مع جهد الخط.

ولإيجاد العلاقة بين تيارات الأطوار وتيارات الخطوط نفترض ما يلي:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{AB} &= I\angle 0^\circ \\ \mathbf{I}_{BC} &= I\angle -120^\circ \\ \mathbf{I}_{CA} &= I\angle -240^\circ = I\angle 120^\circ \end{aligned} \qquad 2\text{-}5$$

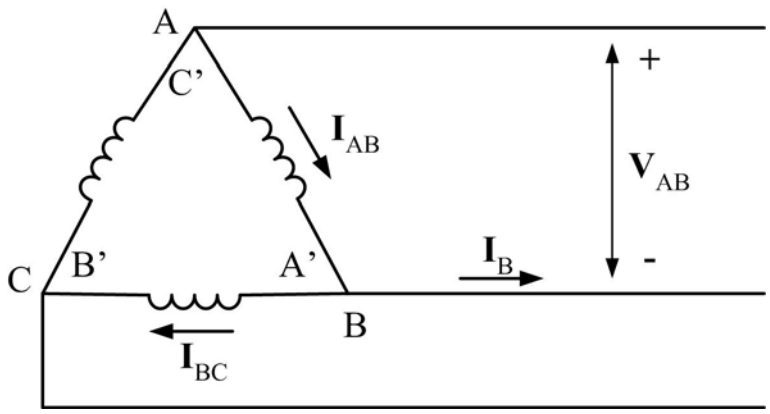
حيث I هي القيمة الفعالة لتيار الطور. وباستعمال قانون كيرشوف نحصل على المعادلة

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_B &= \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{BC} \\ &= I\angle 0^\circ - I\angle -120^\circ \\ &= I\sqrt{3}\ \angle 30^\circ \end{aligned} \qquad 2\text{-}6$$

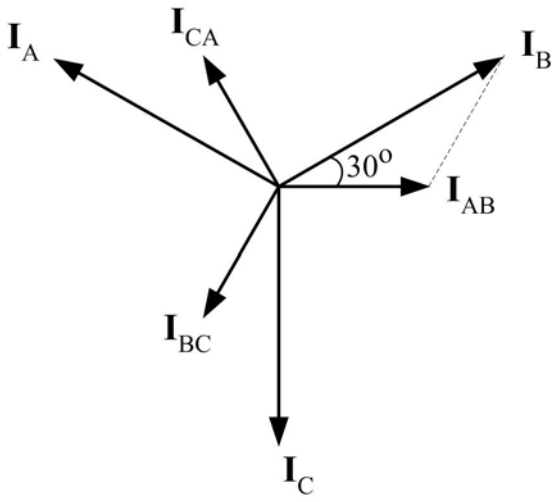
وكما نلاحظ فإن القيمة الفعالة لتيار الخط I_L تساوي $\sqrt{3}$ مرة القيمة الفعالة لتيار الطور(I_{ph})، أي

$$I_L = I_{ph}\sqrt{3} \qquad 2\text{-}7$$

ويبين الشكل ٢-٧ الشكل المطاور لتيارات الأطوار والخطوط، وهنا كذلك نلاحظ أن زاوية أي من تيارات الخط تختلف عن زاوية أي من تيارات الطور. كما نلاحظ أن مجموع تيارات الخط يساوي الصفر وكذلك مجموع تيارات الطور.



الشكل ٢-٦ : توصيلة الدلتا في المولدات



الشكل ٢-٧ : الشكل المطاور لتيارات الأطوار والخطوط

٢- ٥ توصيلات الأحمال

نستطيع توصيل العناصر الثلاثة الممثلة للحمل على هيئة النجمة أو الدلتا. ولتحقيق الاتزان يجب أن تكون معاوقات الفروع الثلاثة متساوية. وفي توصيلة النجمة فإن التيار المار في الحيادي يكون معدوما في حالة الاتزان لأنه يساوي مجموع تيارات الخطوط، وهذه التيارات متساوية في القيمة الفعالة وتختلف زوايا أطوارها ب 120° ، أي

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = 0 \qquad 2\text{-}8$$

وبذلك يمكن إزالة الموصل الحيادي دون أي تأثير على النظام، وستؤدي هذه الإزالة إلى كابلات تحتوي على ثلاثة أسلاك عوضا عن أربعة. و في الواقع فإن كثيراً من الأحمال ليست متزنة وتبقى الحاجة إلى الموصل الحيادي قائمة.

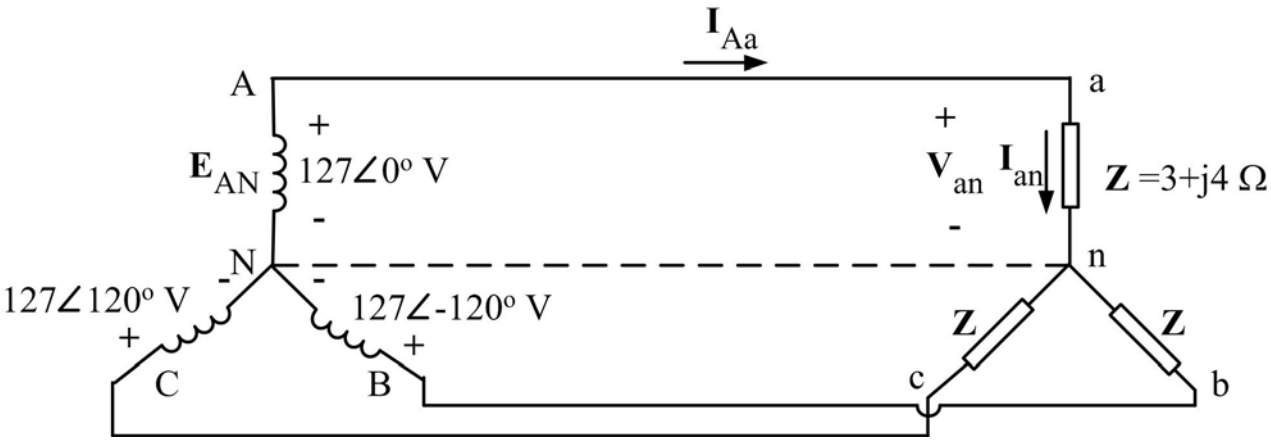
مثال ٢- ١- ١: يغذي مولد حمل حيث أن كلاً من المولد والحمل ثلاثي الأطوار موصول بتوصيلة نجمة كما هو موضح في الشكل ٢-٨. احسب القيمة الفعالة لجهد الخط وتيارات الخطوط المطاورة ، وبين أن التيار الحيادي معدوم.

الحل :

القيمة الفعالة لجهد الخط :

$$V_L = \sqrt{3}\,V = \sqrt{3} \times 127 = 220\,V$$

تيارات الأطوار :



الشكل ٢-٨

$$\mathbf{I}_{an}=\frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{E}_{AN}}{\mathbf{Z}}=\frac{127\angle 0^\circ}{3+j4}=\frac{127\angle 0^\circ}{5\angle 53.1^\circ}=25.4\angle -53.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{bn}=\frac{\mathbf{V}_{bn}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{E}_{BN}}{\mathbf{Z}}=\frac{127\angle -120^\circ}{5\angle 53.1^\circ}=25.4\angle -173.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{cn}=\frac{\mathbf{V}_{cn}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{E}_{CN}}{\mathbf{Z}}=\frac{127\angle 120^\circ}{5\angle 53.1^\circ}=25.4\angle 66.9^\circ \text{ A}$$

وبما أن التوصيلة نجمة فإن تيارات الخط تساوي تيارات الطور:

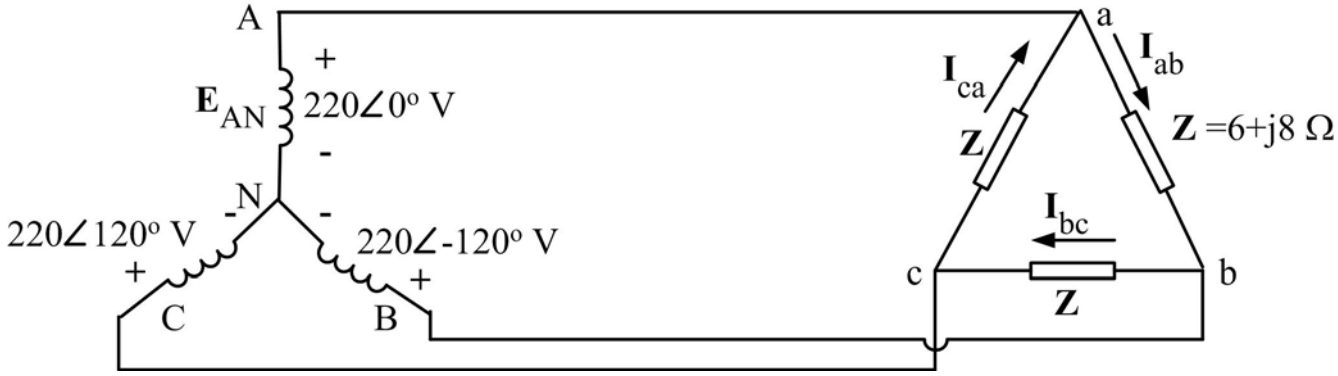
$$\mathbf{I}_{Aa}=\mathbf{I}_{an}=25.4\angle -53.1^\circ \text{ A}$$
$$\mathbf{I}_{Bb}=\mathbf{I}_{bn}=25.4\angle -173.1^\circ \text{ A}$$
$$\mathbf{I}_{Cc}=\mathbf{I}_{cn}=25.4\angle 66.9^\circ \text{ A}$$

التيار في الحيادي:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_N&=\mathbf{I}_{Aa}+\mathbf{I}_{Bb}+\mathbf{I}_{Cc}\\&=25.4\angle -53.1^\circ+25.4\angle -173.1^\circ+25.4\angle 66.9^\circ\\&=(15.25-j20.31)+(-25.22-j3.05)+(9.97+j23.36)=0\end{aligned}$$

وهذا طبيعي لأن الحمل متزن.

مثال ٢- ١- ٢: وصل حمل ثلاثي الأطوار توصيلة دلتا بمولد ذي توصيلة نجمة كما هو مبين في الشكل ٢- ٩. احسب تيار كل طور من الحمل وكذلك القيمة الفعالة لتيار الخط.



الشكل ٢-٩

الحل :

تيارات الاطور :

$$\mathbf{I}_{ab}=\frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{V}_{AN}-\mathbf{V}_{BN}}{\mathbf{Z}}$$

$$=\frac{220\angle 0^\circ-220\angle -120^\circ}{6+j8}=\frac{380\angle 30^\circ}{10\angle 53.1^\circ}=38\angle -23.1^\circ\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_{bc}=\frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{V}_{BC}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{V}_{BN}-\mathbf{V}_{CN}}{\mathbf{Z}}$$

$$=\frac{220\angle -120^\circ-220\angle 120^\circ}{6+j8}=\frac{380\angle -90^\circ}{10\angle 53.1^\circ}=38\angle -143.1^\circ\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_{ca}=\frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{V}_{CA}}{\mathbf{Z}}=\frac{\mathbf{V}_{CN}-\mathbf{V}_{AN}}{\mathbf{Z}}$$

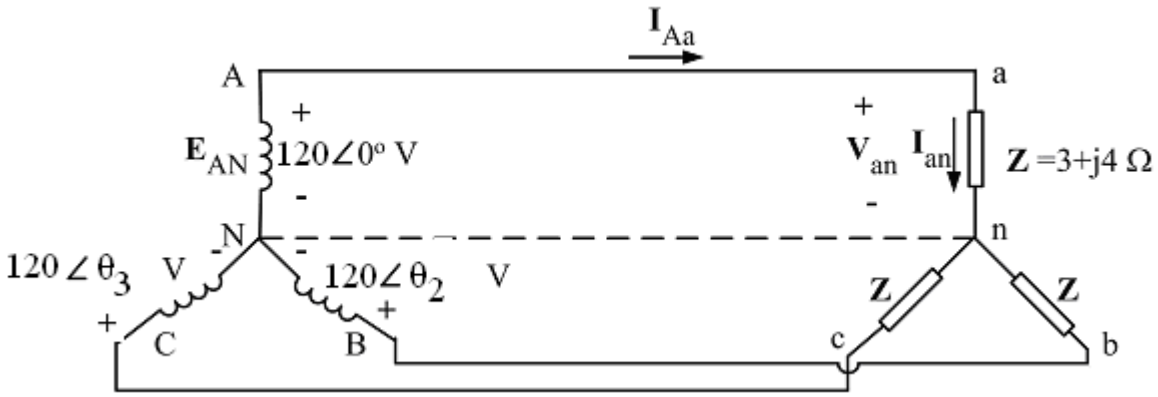
$$=\frac{220\angle 120^\circ-220\angle 0^\circ}{6+j8}=\frac{380\angle 150^\circ}{10\angle 53.1^\circ}=38\angle 96.9^\circ\ \text{A}$$

القيمة الفعالة لتيار الخط :

$$I_L = \sqrt{3}\, I_{ph} = \sqrt{3} \times 38 = 65.8\, A$$

مثال ٢- ١- ٣: تتابع الأطوار للمولد الموصل على شكل نجمة في الشكل ٢-١٠ هو ABC والمطلوب ما يلي:

- أوجد زوايا الطور θ_3, θ_2
- أوجد مقدار جهود الخطوط
- أوجد تيارات الخطوط
- اثبت أنه عندما تكون الأحمال متزنة فإن التيار الحيادي معدوم



شكل ٢-١٠

الحل :

بما أن تتابع الأطوار هو ABC فإن

$$\theta_2 = -120^o \quad \theta_3 = -240^o = 120^o$$

القيمة الفعالة لجهود الخطوط

$$V_{AB} = V_{BC} = V_{CA} = \sqrt{3} \times 120 = 208V$$

تيارات الخطوط

$$\mathbf{I}_{Aa}=\mathbf{I}_{an}=\frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}}=\frac{120\angle 0^{\circ}}{3+j4}=\frac{120\angle 0^{\circ}}{5\angle 53.1^{\circ}}=24\angle -53.1^{\circ}\ A=14.4-j19.2\ A$$

$$\mathbf{I}_{Bb}=\mathbf{I}_{bn}=\frac{\mathbf{V}_{bn}}{\mathbf{Z}}=\frac{120\angle -120^{\circ}}{3+j4}=\frac{120\angle -120^{\circ}}{5\angle 53.1^{\circ}}=24\angle -173.1^{\circ}\ A=-23.8-j2.9\ A$$

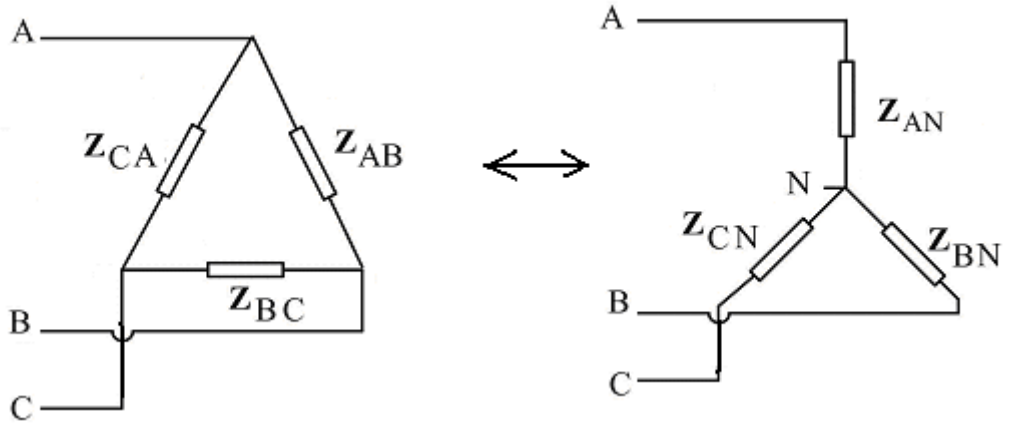
$$\mathbf{I}_{Cc}=\mathbf{I}_{cn}=\frac{\mathbf{V}_{cn}}{\mathbf{Z}}=\frac{120\angle 120^{\circ}}{3+j4}=\frac{120\angle 120^{\circ}}{5\angle 53.1^{\circ}}=24\angle 66.9^{\circ}\ A=9.4+j22.1\ A$$

بتطبيق قانون كيرشوف للتيار

$$\mathbf{I}_{N}=\mathbf{I}_{Aa}+\mathbf{I}_{Bb}+\mathbf{I}_{Cc}=14.4-j19.2-23.8-j2.9+9.4+j22{,}1=0$$

٢- ٦ التحويل من أحمال موصلة نجمة إلى دلتا والعكس

في كثير من الحالات نحتاج إلى تحويل توصيلة النجمة للأحمال إلى توصيلة دلتا مكافئة والعكس وذلك لتسهيل الحسابات، ويوضح الشكل ٢-١١ كيفية التحويل



الشكل ٢-١١

٢- ٦- ١ التحويل من توصيلة نجمة إلى توصيلة دلتا مكافئة

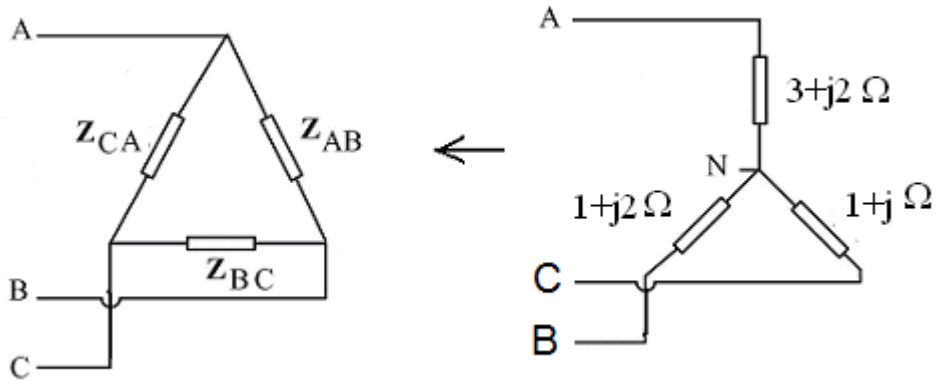
في هذه الحالة تكون معاوقات النجمة معلومة و نحسب معاوقات الدلتا المكافئة بالقوانين التالية:

$$\mathbf{Z}_{AB} = \frac{\mathbf{Z}_{AN}\mathbf{Z}_{BN} + \mathbf{Z}_{BN}\mathbf{Z}_{CN} + \mathbf{Z}_{CN}\mathbf{Z}_{AN}}{\mathbf{Z}_{CN}}$$

$$\mathbf{Z}_{BC} = \frac{\mathbf{Z}_{AN}\mathbf{Z}_{BN} + \mathbf{Z}_{BN}\mathbf{Z}_{CN} + \mathbf{Z}_{CN}\mathbf{Z}_{AN}}{\mathbf{Z}_{AN}} \qquad 2\text{-}9$$

$$\mathbf{Z}_{CA} = \frac{\mathbf{Z}_{AN}\mathbf{Z}_{BN} + \mathbf{Z}_{BN}\mathbf{Z}_{CN} + \mathbf{Z}_{CN}\mathbf{Z}_{AN}}{\mathbf{Z}_{BN}}$$

مثال ٢- ١- ٤: ارسم دائرة النجمة المكافئة لدائرة الدلتا الموضحة في الشكل ٢-١٢



شكل ٢-١٢

الحل::

بتطبيق القوانين ٢- ٩ نحصل على

$$\mathbf{Z}_{AB} = \frac{(3+j2)(1+j2)+(1+j2)(1+j)+(1+j)(3+j2)}{(1+j2)} = 6.2+j3.6\,\Omega$$

$$\mathbf{Z}_{BC} = \frac{(3+j2)(1+j2)+(1+j2)(1+j)+(1+j)(3+j2)}{(3+j2)} = 2.2+j3.8\,\Omega$$

$$\mathbf{Z}_{CA} = \frac{(3+j2)(1+j2)+(1+j2)(1+j)+(1+j)(3+j2)}{(1+j)} = 7.5+j8.5\,\Omega$$

٢- ٦- ٢ التحويل من توصيلة دلتا إلى توصيلة نجمة مكافئة

أما في هذه الحالة فتكون معاوقات الدلتا معلومة ونحسب معاوقات النجمة المكافئة بالقوانين التالية:

$$\mathbf{Z}_{AN} = \frac{\mathbf{Z}_{AB}\mathbf{Z}_{CA}}{\mathbf{Z}_{AB} + \mathbf{Z}_{BC} + \mathbf{Z}_{CA}}$$

$$\mathbf{Z}_{BN} = \frac{\mathbf{Z}_{AB}\mathbf{Z}_{BC}}{\mathbf{Z}_{AB} + \mathbf{Z}_{BC} + \mathbf{Z}_{CA}} \qquad 2\text{-}10$$

$$\mathbf{Z}_{CN} = \frac{\mathbf{Z}_{BC}\mathbf{Z}_{CA}}{\mathbf{Z}_{AB} + \mathbf{Z}_{BC} + \mathbf{Z}_{CA}}$$

وإذا كانت الأحمال متزنة أي

$$\mathbf{Z}_{AN} = \mathbf{Z}_{BN} = \mathbf{Z}_{CN} = \mathbf{Z}_{Y}$$

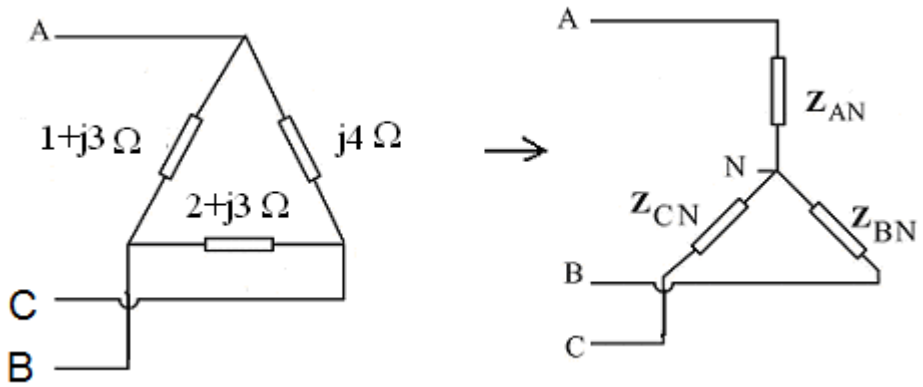
فستكون

$$\mathbf{Z}_{AB} = \mathbf{Z}_{BC} = \mathbf{Z}_{CA} = \mathbf{Z}_{\Delta}$$

مع

$$\mathbf{Z}_{\Delta} = \frac{\mathbf{Z}_{Y}}{3} \qquad 2\text{-}11$$

مثال ٢- ١- ٥: ارسم دائرة الدلتا المكافئة لدائرة النجمة الموضحة في الشكل ٢-١٣



شكل ٢-١٣

الحل::

بتطبيق القوانين ٢- ١٠ نحصل على

$$\mathbf{Z}_{AN} = \frac{(1+j3)(j4)}{(1+j3)+(j4)+(2+j3)} = 0.04 + j1.10\,\Omega$$

$$\mathbf{Z}_{BN} = \frac{(2+j3)(j4)}{(1+j3)+(j4)+(2+j3)} = 0.4 + j1.3\,\Omega$$

$$\mathbf{Z}_{CN} = \frac{(1+j3)(2+j3)}{(1+j3)+(j4)+(2+j3)} = 0.6 + j0.9\,\Omega$$

الفصل الثاني القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار في حالة التحميل المتماثل

٢- ٧ حساب القدرات

كما في دوائر التيار المتردد أحادي الطور، نقسم القدرة إلى فعالة ومفاعله وظاهرية. والقدرة الفعالة الكلية التي يستهلكها الحمل ثلاثي الأطوار هي مجموع القدرات الفعالة التي يستهلكها كل طور ، وإذا كان الحمل متزناً فإن هذه القدرة الكلية هي ثلاثة أضعاف قدرة كل طور. وفيما يلي نحسب هذه القدرات في توصيلتي النجمة والدلتا في حالة الاتزان وبدلالة كميات الخط (تيار الخط وجهد الخط) لأنها أكثر استعمالاً من كميات الطور.

تعطى القدرة الفعالة التي يستهلكها طور واحد بالمعادلة:

$$P = V I \cos\theta$$

حيث θ هي الزاوية بين تيار الطور I وجهد الطور V. والقدرة الفعالة الكلية للحمل هي

$$P_T = 3\,P$$

وفي كلتا التوصيلتين (النجمة والدلتا) نستنتج

$$P_T = \sqrt{3}\,V_L\,I_L\cos\theta \qquad 2\text{-}12$$

وبنفس الطريقة نحصل على القدرة غير الفعالة الكلية للحمل

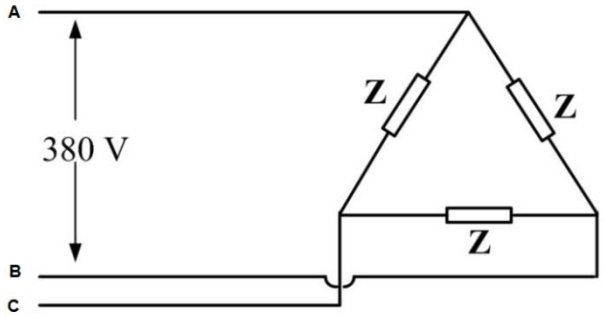
$$Q_T = \sqrt{3}\,V_L\,I_L\sin\theta \qquad 2\text{-}13$$

أما القدرة الظاهرية الكلية فهي

$$S_T = \sqrt{3}\,V_L\,I_L \qquad 2\text{-}14$$

مثال ٢- ٢- ١: احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية التي يستهلكها الحمل الموضح في الشكل ٢-١٤ علماً أن النظام متزن وأن $\mathbf{Z} = 6 - j\,8\ \Omega$

.



الشكل ٢-١٤

الحل:

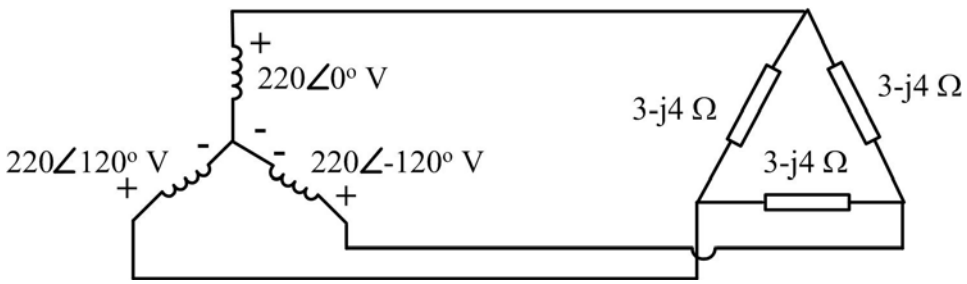
$$Z = 6 - j8\ \Omega = 10\angle -53.1^\circ\ \Omega$$

$$I_{ph} = \frac{V_L}{Z} = \frac{380}{10} = 38\ A$$

$$I_L = \sqrt{3}\ I_{ph} = \sqrt{3} \times 38 = 65.8\ A$$

$$P_T = \sqrt{3}\ V_L\ I_L \cos\theta = \sqrt{3} \times 380 \times 65.8 \times \cos(-53.1^\circ) = 26\ kW$$
$$Q_T = \sqrt{3}\ V_L\ I_L \sin\theta = \sqrt{3} \times 380 \times 65.8 \times \sin(-53.1^\circ) = -34.6\ kVAR$$
$$S_T = \sqrt{3}\ V_L\ I_L = \sqrt{3} \times 380 \times 65.8 = 43.3\ kVA$$

مثال ٢- ٢- ٢: احسب القدرة الفعالة والقدرة غير الفعالة المستهلكة بالحمل. المبين في الشكل ٢-١٥



الشكل ٢-١٥

الحل:

$$V_L = \sqrt{3}\,V_{ph} = \sqrt{3} \times 220 = 380V$$

$$Z = 3 - j4\ \Omega = 5\angle -53.1^\circ\ \Omega$$

$$I = \frac{V_L}{Z} = \frac{380}{5} = 76\,A$$

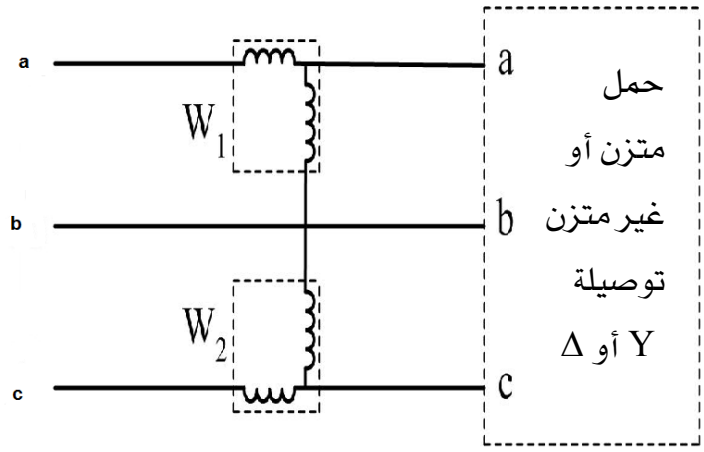
$$I_L = \sqrt{3}\,I_{ph} = \sqrt{3} \times 76 = 131.6\,A$$

$$P_T = \sqrt{3}\,V_L\,I_L \cos\theta = \sqrt{3} \times 380 \times 131.6 \times \cos(-53.1^\circ) = 25\,kW$$

$$Q_T = \sqrt{3}\,V_L\,I_L \sin\theta = \sqrt{3} \times 380 \times 131.6 \times \sin(-53.1^\circ) = -69\,kVAR$$

٢- ٨ قياس القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار

نستطيع قياس القدرة التي يستهلكها حمل ثلاثي الأطوار باستعمال ثلاثة واتميتر، ولكن في نظام ذي ثلاثة أسلاك، نستعمل غالباً طريقة الواتميترين الموضحة في الشكل ٢-١٦ والتي تستخدم سواء كان الحمل موصل نجمة أو دلتا وسواء أكان متزناً أم غير متزن. في هذه الطريقة نوصل ملف تيار الواتميتر W_1 على التوالي مع الطور a وملف تيار الواتميتر W_2 على التوالي مع الطور c، أما ملفي الجهد للجهازين فإنها تقيس جهدي الخط V_{ac} و V_{cb}.



الشكل ٢-١٦: طريقة قياس القدرة باستخدام الواتميترين

ومجموع قراءتي الواتميترين تمثل القدرة المستهلكة بالحمل.

ولكن إذا كان الحمل متزناً فإن القدرة المستهلكة بالحمل ترتبط بقراءتي الجهازين حسب معامل قدرة الحمل كما يلي:

- إذا كان معامل القدرة أكبر من 0.5 (سواء أكان مادياً -حثياً أو مادياً -سعوياً) فإن : $P=W_1+W_2$. وإذا كان الحمل مادياً نقياً فإن $W_1=W_2$.
- إذا كان معامل القدرة أصغر من 0.5 (سواء أكان مادياً -حثياً أو مادياً -سعوياً) فإن أحد الجهازين (مثلاً W_2) سيعطي قراءة سالبة وسيحاول مؤشره الدوران إلى الخلف، وللحصول على قراءة في هذا الجهاز يجب عكس التيار المار في أحد ملفيه. وهنا فإن $P=W_1-W_2$.

إذا كان معامل القدرة 0.5 (سواء أكان مادياً -حثياً أو مادياً -سعوياً) تكون قراءة أحد الجهازين

صفراً وتعطى القدرة المستهلكة بالحمل بقراءة الواتميتر الآخر.

مثال ٢- ٢- ٣ : عند قياس القدرة المستهلكة بالحمل ثلاثي الأطوار باستعمال طريقة الواتميتر، كانت قراءة أحد الجهازين 6kW، بينما كانت قراءة الآخر بعد عكس توصيل ملف تياره 2kW. احسب القدرة المستهلكة(P).

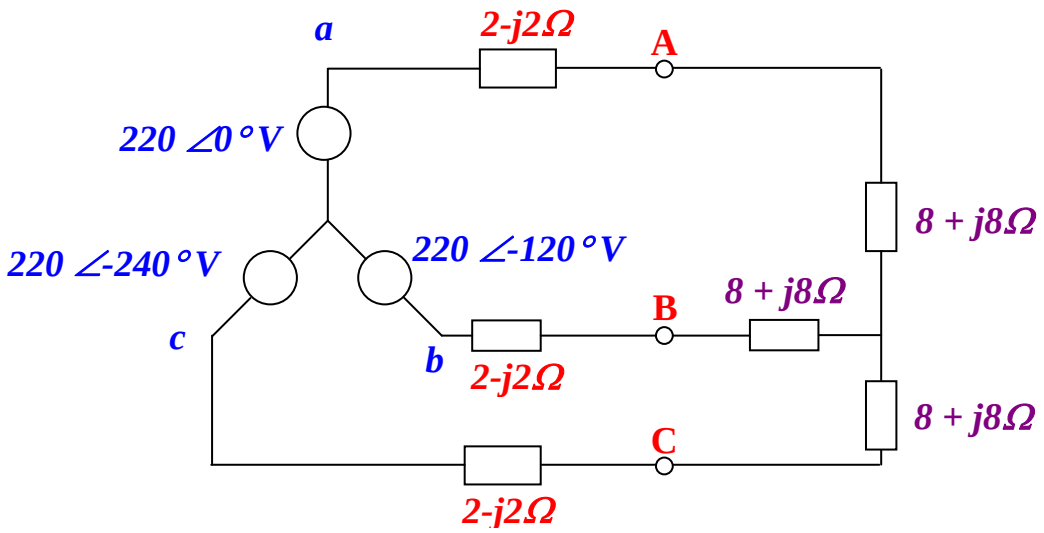
الحل:

معامل قدرة الحمل أقل من 0.5 لأن أحد الواتميترين أعطى قراءة سالبة. أما القدرة المستهلكة فهي:

$$P = W_1 - W_2 = 6 - 2 = 4\ kW$$

مسائل الوحدة الثانية

١. احسب قيمة التيارات في الدائرة ثلاثية الاوجة الموصلة عل شكل Y - Y كما هو موضح بالرسم.

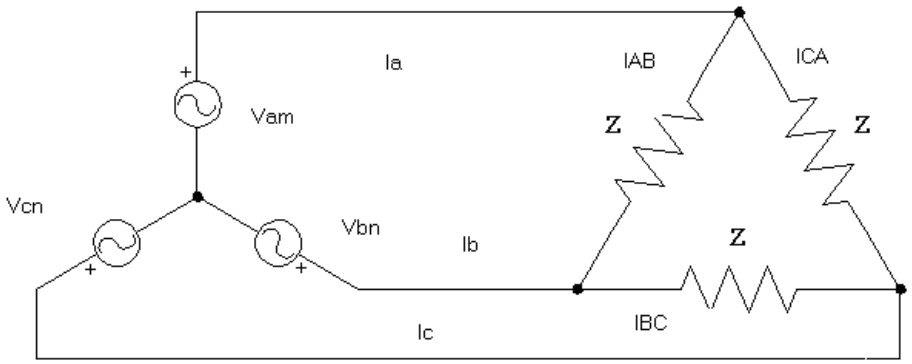


شكل ١

٢. احسب قيمة تيارات الخطوط والاوجة في الدائرة ثلاثية الاوجة المتزنة الموصلة عل شكل نجمة – دلتا كما هو موضح بالرسم شكل (٢) علما بأن:

$$V_{AB} = 180\angle -20 \ \ V$$

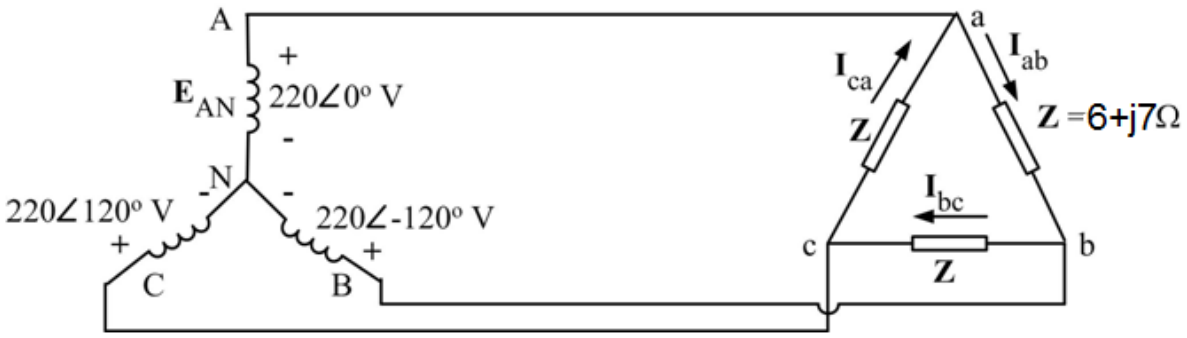
$$Z_{\Delta} = 20\angle 40 \ \ \Omega$$



شكل ٢

٣. إذا كانت قيمة الأحمال المتزنة الموصلة في صورة دلتا 18+j12 اوم موصلة مع مولد موصل في صورة دلتا(Vab=22.5 ∠ 35). احسب تيار الوجه للدائرة على الأحمال .

٤. وصل حمل ثلاثي الأطوار توصيلة دلتا بمولد ذي توصيلة نجمة كما هو مبين في الشكل ٣. احسب تيار كل طور من الحمل وكذلك القيمة الفعالة لتيار الخط.



شكل ٣

المراجع

اسم المرجع	المؤلف
أساسيات الهندسة الكهربائية، الجزء الأول	هاينز جراف، ترجمة: م/إدوار قاضي و م/أمين سليم، مؤسسة الأهرام بالقاهرة
نظريات ومسائل في الدوائر الكهربائية	جوزيف أدمنستر، سلسلة ملخصات شوم، دار ماكجروهيل للنشر
Introductory Circuit Analysis	Boylestad, Charles E. Merrill Publishing Company
Basic Electrical Engineering, 2nd edition.	Jimmie J.Cathey, Syed A. Nassar, " Inter.House for Cultural Investments,