ميكانيكا آلات 1 — د. مصطفى مخزوم

الفصل الأول / منحنيات الجهد المرقمي :

* تراوح السرعة والطاقة: (الحذافات)

الطاقة الحركية $KE = \frac{1}{2} m V^2$

التبدل في الطاقة الحركية $\frac{1}{2} I w_2^2 - \frac{1}{2} I w_1^2$

حركة دورانية $KE = \frac{1}{2} I w^2$

حيث: I هو عزم القصور الذاتي

w_2 أعظمي سرعة

w_1 أدنى سرعة

w متوسط السرعة

C_s هو تراوح السرعة:

[1] $$C_s = \frac{w_2 - w_1}{w}$$

ΔE تراوح الطاقة:

[2] $$\Delta E = I w^2 C_s$$

القدرة

[3] $$(W) P = w(rad/s) * T_{mean}(N.m)$$

[4] $$I = k^2 . m$$

حيث:

k : نصف القطر التدويري للحافة

m : كتلة الحافة بـ kg

مثال: حذافة لمحرك كتلتها 6.5 طن لها نصف قطر تدويم (2m) إذا كانت عند أقصى وأدنى سرعات 118 r.p.m ، 120 r.p.m على التوالي أوجد أقصى تراوح في الطاقة.

الحل

$$\Delta E = \frac{1}{2} I w_2^2 - \frac{1}{2} I w_1^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} I [w_2^2 - w_1^2] \qquad I = m k^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} (6500 * 2^2) \left[\left(120 * \frac{2\pi}{60}\right)^2 - \left(118 * \frac{2\pi}{60}\right)^2 \right]$$

$$\Delta E = 67859 \text{ J } (N.m)$$

مثال: يولد محرك الغاز ذو الاسطوانة الواحدة أحادي الفعل عزما على الأقواط 20kW عند 250 r.p.m ، الشغل الذي تقوم به الغازات أثناء شوط التمدد هو 3 أضعاف الشغل المبذول على الغازات أثناء ضربة الانضغاط. قد يتم اهمال الحمل المتجمع على ضربات النشط و العادم. إذا كانت كتلة دولاب الموازنة 9.5 طن ونصف قطر دورانها 0.6M ما أحسب معامل تراوح الطاقة ومعامل تراوح السرعة؟

الحل

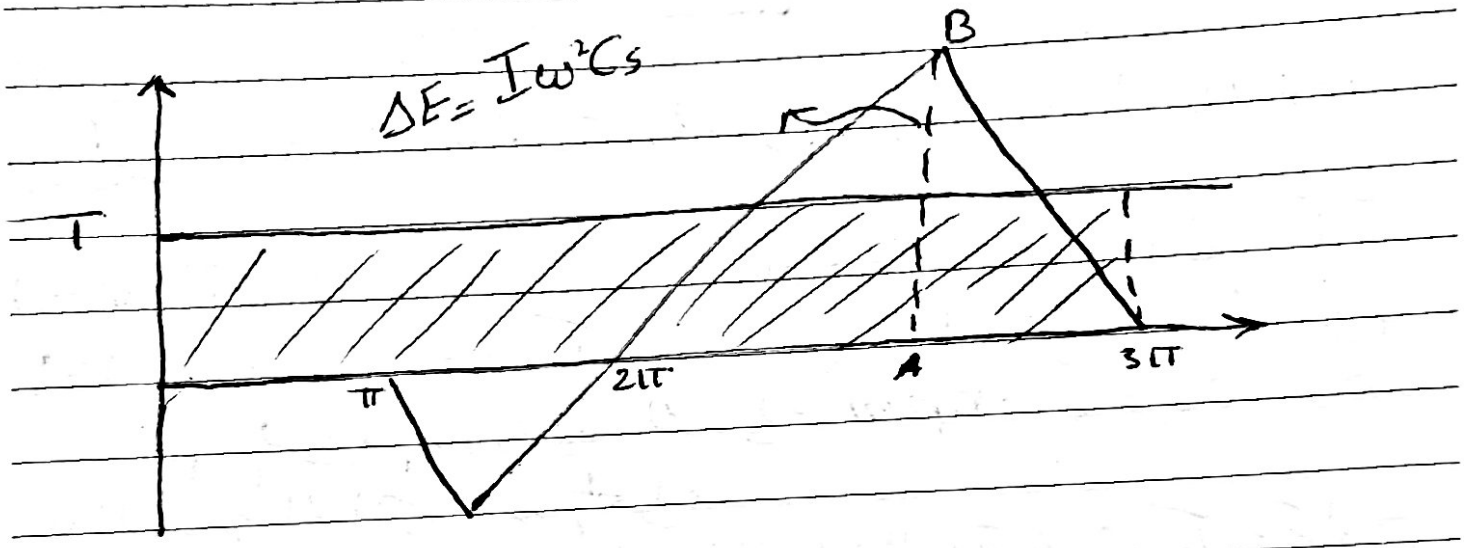
$\Delta E = ?$ $\Delta S ?$

$P = 20\,kW \Rightarrow 20000\,W$

$$\omega = 250 * \frac{2\pi}{60} = 26.18\ rad/s$$

$P = \omega * T$

$$T = \frac{20000}{26.18} = 763.9\ N.m$$



$T_{net} = T_{mean} * 4\pi = 9600\ N/m$

$W_{Ex} = 3W_p \rightarrow ①$

$T_{mean} * 4\pi = W_{Ex} - W_p$

$763.94 * 4\pi = W_{Ex} - W_p$

$9599.95 = W_{Ex} - W_p \rightarrow ②$

$9599.95 = 3W_p - W_p$

$W_p = 4799.97\ J$

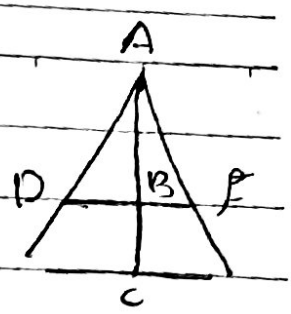
$\frac{1}{2}\pi AB = 143999.92$

$W_p = 14399.92\ J$

$W_{Ex} = 1/2 * \pi * T_{max}$ ← ارتفاع

$\therefore T_{max} = 9167.26\ N.m$

$\frac{AB}{AC} = \frac{DF}{\pi}$. $AB = 8403.32$



$\therefore DF = 2.879$, $\Delta E = \frac{1}{2} DF * AB$

$\boxed{\Delta E = 12.096.59 KJ}$

$\Delta E = I\omega^2 C_s \Rightarrow \boxed{C_s = 3.26\%} = C_s = 0,0326$

(608.9)

مثال: تحتاج ماكينة إلى عزم دوران يعطى بالعلاقة

$T = 2000 + 300 \sin\theta$ $\quad \theta(Rad)$ ، $T(N.m)$

إذا تم ربط عمود الماكينة مع محرك كهربائي يعطي عزم منتظم، المطلوب السرعة للمحرك $\omega = 200 r.p.m$ أوجد

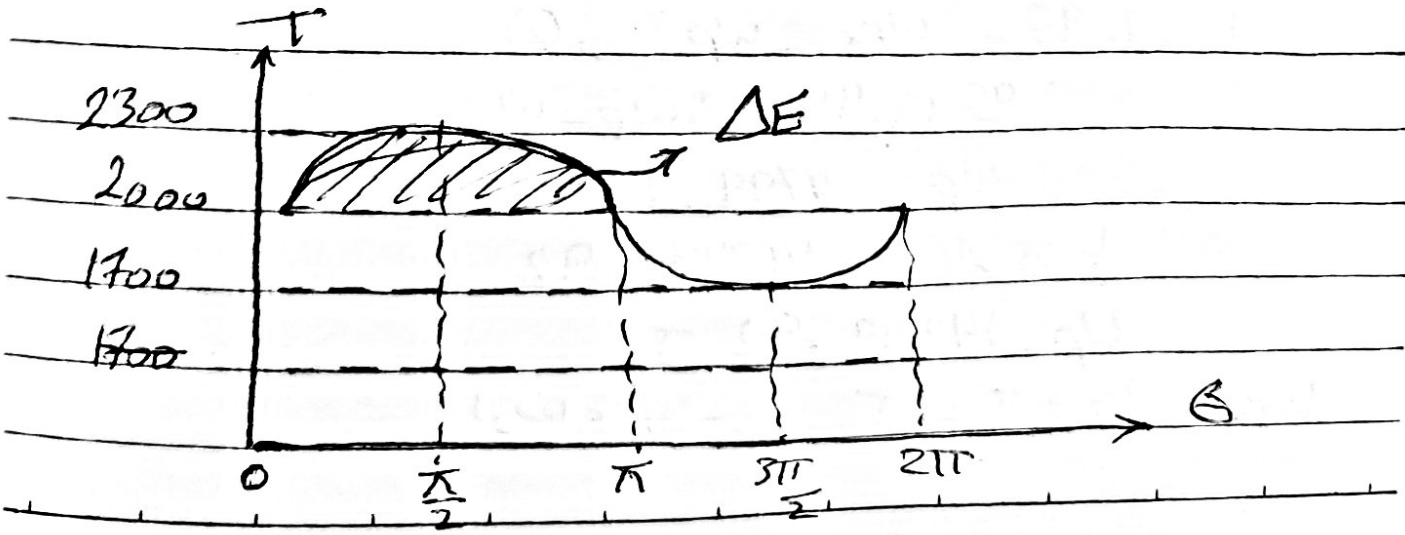
① القدرة الناتجة من المحرك.

② عزم القصور الذاتي للحذافة بالطريقة بحيث يكون تذبذب السرعة $\pm 2\%$ من السرعة المتوسطة.

الحل

$\pm 2\% \Rightarrow C_s = 0,04$ ، $P = T\omega$

$T_{mean} = \int T d\theta$



$$[(r.p.m) \longrightarrow * \frac{2\pi}{60} \rightarrow (rad/s)]$$

$$T_{mean} = \int \frac{T\,d\theta}{\theta}$$

$$T_{mean} = \int_0^{2\pi} \frac{(2000 + 300\sin\theta)}{2\pi} d\theta$$

$$= \left[\frac{2000\theta - 300\cos\theta}{2\pi} \right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{4000\pi - 300 + 300}{2\pi} = 2000\ N.m$$

$$P = \omega * T_{mean}$$

$$= 200 * \frac{2\pi}{60} * 2000 = 41.8879\ kW$$

$$\Delta E = I\omega^2 C_s$$

$$\Delta E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2000 + 300\sin\theta)\,d\theta$$

$$= [2000\theta + 300\cos\theta]_0^{\pi}$$

$$(2000\pi + 300) - (0 - 300)$$

$$\Delta E = 6883.18\ J$$

$$I = \frac{6883.18}{17.55} = 392.31\ kg.m^2$$

$$6883.18 = I\left(200 * \frac{2\pi}{60}\right)^2 * 0{,}04$$

$$I = 392.3\ kg\,m^2 \Rightarrow I = 34.17\ kg.m^2$$

مثال :- يتم الحصول على عزم الدوران المبذول على عمود الكرنك لمحرك ثنائي الشوط بواسطة المعادلة:

$$T(N.m) = 14500 + 2300 \sin 2\theta - 1900 \cos 2\theta$$

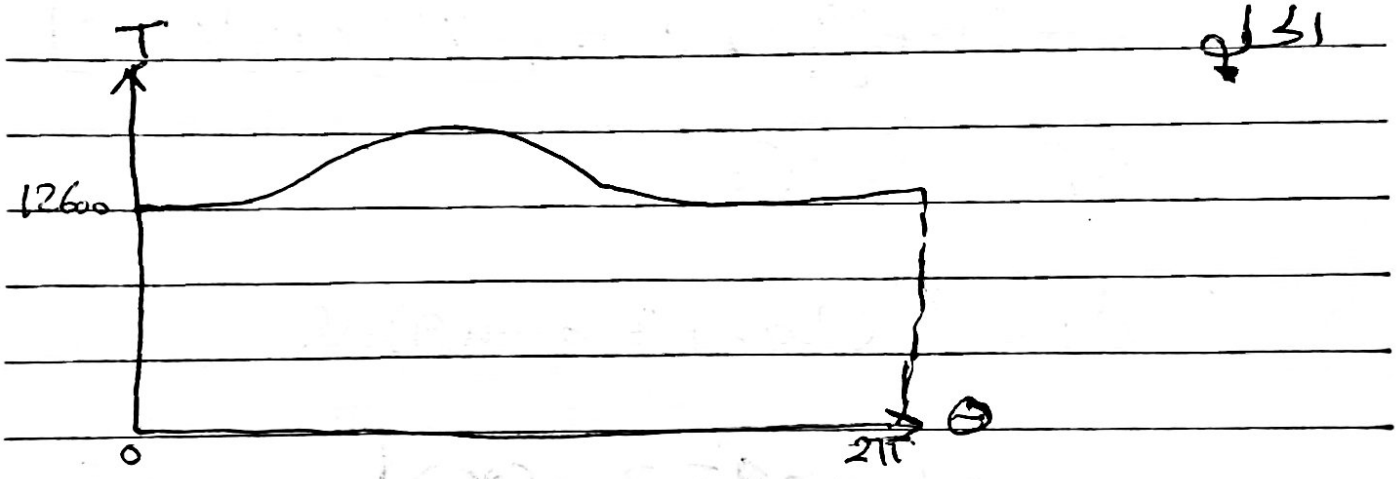
حيث θ هي إزاحة زاوية الكرنك من المركز الميت الداخلي بافتراض أن عزم المقاومة ثابت، حدد:

① قوة المحرك عندما تكون السرعة 1750 r.p.m

② القصور الذاتي للعجلة الموازنة إذا كان تغير السرعة لا يتجاوز $\pm 0.5\%$ من متوسط السرعة

③ التسارع الزاوي للحذافة عندما يدور الكرنك خلال 30° من المركز الميت الداخلي.

الحل



$$P = T.W \Rightarrow T_{mean} = \int T d\theta$$

$$W_c = \int_0^{2\pi} (14500 + 2300 \sin 2\theta - 1900 \cos 2\theta)$$

$$W_c = \left[14500\theta - \frac{2300}{2} \cos 2\theta - \frac{1900}{2} \sin 2\theta \right]_0^{2\pi}$$

$$W_{cycle} = 91106.2 \text{ J}$$

$$T_{mean} = \frac{W_{cycle}}{\theta} = \frac{9106.2}{2\pi}$$

$$T_{mean} = 14500 \ N.m$$

$$P = T_{mean} * \omega \qquad \text{at } \omega = 150 * \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega = 15,707 \ rad/s$$

$$P = 14500 * 15.707 = \boxed{227751 \ W}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 \Rightarrow \Delta W \pm 0,5\% \Rightarrow \Delta W = 1\%$$

$$\Delta W = 0,01 W$$

$$C_s = \frac{W_2 - W_1}{W} \Rightarrow \frac{\Delta W}{W} = \frac{0,01 W}{W}$$

$$C_s = 0,01 \Rightarrow \Delta E = I W^2 C_s$$

$$\Delta E = \int 2300 \sin 2\theta - 1900 \cos 2\theta$$

$$\Delta E = \left[-1150 \cos 2\theta - 950 \sin 2\theta \right]_{\theta_1}^{\theta_2} \rightarrow ①$$

$$14500 = 14500 + 2300 \sin 2\theta - 1900 \cos 2\theta$$

$$2300 \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = 1900 \frac{\cos 2\theta}{\cos 2\theta}$$

$$\tan 2\theta = \frac{1900}{2300}$$

$2\theta_1 = 39.4^\circ \Rightarrow \theta_1 = 19.7^\circ$

$2\theta_2 = 219.4^\circ \Rightarrow \theta_2 = 109.7^\circ$

بالتعويض في ①

$\Delta E = (1491.63) - (-1491.63)$

$\Delta E = 2983.27$

$\Delta E = I\omega^2 C_s$

$I = \frac{2983.27}{(15.707)^2(0,01)}$ $= 1209 Kg.m^2$

الخاتمة: (فلاش) فلاوبل Play Week

تخزين الطاقة الفائضة من هذه القدرة وتعطي سرعة متوسطة ثابتة.

الفصل الثاني / الحاكمات :

* وظيفة الحاكمة : هي الحفاظ على سرعة ضوضاء المحرك

* القوابض : تستخدم في فصل ونقل الحركة من المشوقة إلى التروس

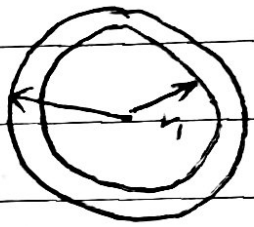
① القابض القرصي :

$dw = p\,2\pi r\,dr$

$\int dw = \int \pi p r\,dr$

$w = 2\pi \int p r\,dr$

$w = \pi p (r_2^2 - r_1^2)$



p = الضغط الموزع على القرص

$P_{max} r_1 = P_{min} r_2$

$p = \frac{c}{r} \Rightarrow pr = c$ ثابت

$T = 2\pi N \int p r^2 dr$

* عندما يكون القابض جديد ($p = c$ ، $P_2 = P_1$)

(السطح مستوي)

$T = 2\pi N p \left[\frac{r_2^3 - r_1^3}{3}\right]$

($P < T$)

$T = N \frac{2}{3} \pi N p (r_2^3 - r_1^3)$ ⇐ عزم الدوران على الشركة

حيث : N عدد الأسطح الملامسة (عدد الأوجه)

$$T = \frac{2}{3} N \pi \mu \rho \frac{\omega}{2\pi\rho(r_2^2 - r_1^2)} \cdot (r_2^3 - r_1^3)$$

$$T = \frac{2}{3} N \mu \omega \left(\frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) \qquad (\omega . T)$$

$$T = \frac{2}{3} N \mu \omega R \quad , \quad R = \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}$$

حيث R هو نصف القطر الفعال

* عندما يكون القارض قديم $\rho_2 < \rho_1$ سمك r_2 > سمك r_1
$\rho V = c$ (ثبوت معدل التآكل)

① $$\omega = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \frac{c}{r} r \, dr$$

$$\boxed{\omega = 2\pi c (r_2 - r_1)}$$

② $$T = 2\pi \mu \int_{r_1}^{r_2} \frac{c}{r} r^2 \, dr$$

$$T = 2\pi \mu c \left[\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \right] \qquad (T . \rho)$$

$$\boxed{T = N \pi \mu c \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \right)}$$

$$T = N \pi \mu \frac{\omega . (r_2^2 - r_1^2)}{2\pi (r_2 - r_1)}$$

$$T = \frac{1}{2} N \mu \omega (r_2 + r_1) \qquad (T, \omega)$$

حيث:

T = عزم الدوران $(N.m)$

μ = معامل الاحتكاك $(\mu = F/r)$

P = الضغط على القرص $(P = F/A)$

r = نصف القطر (m)

---

(16) (26 ج)

مثال: قابض متعدد الأقراص يستخدم لنقل 12kW عند 1500 r.p.m نصف القطر الداخلي ونصف القطر الخارجي هما 50mm، 100mm على الترتيب، وقوة الضاغط المؤثرة محورياً محدودة على بالقيمة القصوى 1kN، احسب عدد الأزواج اللازمة من أسطح الملامسة إذا كانت μ هي 0.35، بفرض انتظام معدل البرى، وأوجد القوة المحورية اللازمة فعلاً. الحل

إذا كان الضغط ثابت فإن القابض جديد P = ثابت

وإذا كان معدل التآكل (البرى) ثابت فالقابض قديم $Pr = c$

الحل:

$$P = T * \omega \Rightarrow T = \frac{P}{\omega}$$

$$T = \frac{12 \times 10^3}{(1500 * \frac{2\pi}{60})} = 76.39 \ N.m$$

$$T = \frac{1}{2} N \mu \omega (r_2 + r_1)$$

$$76.39 = \frac{1}{2} N (0,35) 1000 (0,1 + 0,05)$$

$$N = 2.91 \simeq \boxed{N = 3}$$ عدد الأرواح

للايجاد w, طبيعية (فولاذ)

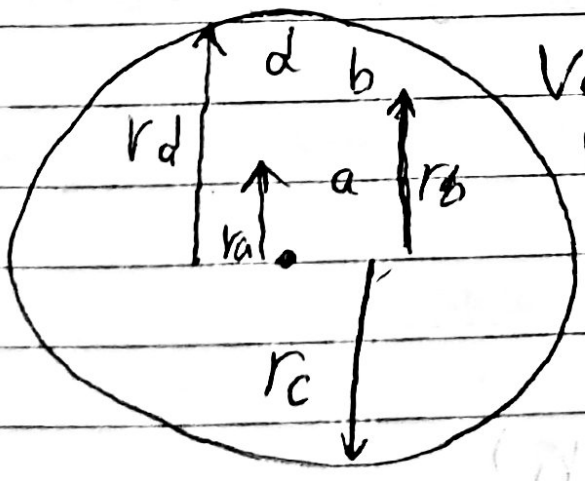
$$76.39 = \frac{1}{2} (3)(0,35)(W)(0,1 + 0,05)$$

$$\boxed{W = 970N}$$

(14) 760-5

مثال: قابض ذو قرص مستوى، يطبق على الياقيت، وكلا الوجهين قطر داخلي 200mm وقطر خارجي 350mm، $\mu = 0.4$، كثافة توزيع القوة الحورية $P = kN/m^2$ بفرض انتظام توزيع الضغط أوجد القدرة التي يمكن نقلها عند 600 r.p.m إذا حدث بري في القابض، وما هي القيمة المقصوى لكثافة الضغط سطح الاحتكاك؟

الحل



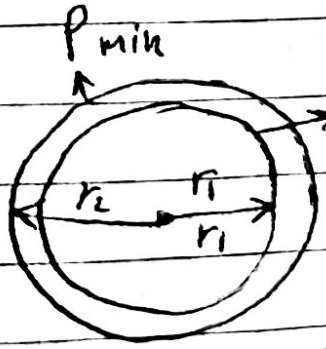
$V_a = \omega r_a$

$V_b = \omega r_b$

$V_d = \omega r_d$

$V_d = \omega r_d$

$V_c = \omega r_c$



ثابت

$$P = \frac{c}{r} = Pr = c$$

$P_{max} r_1 = P_{min} r_2$

$r_1 = \frac{200}{2}$ (mm)

$r_1 = 0,1m$

$r_2 = 350/2$ (mm)

$r_2 = 0,175m$

$N = 0,4$

$P_{max} = 170 * 10^3 N/m$

① $\omega = 1000 * \frac{2\pi}{60} = 104.7$ rad/s

$P = ?$

$P = T * \omega$ $\quad T = ?$

$T = N(\frac{2}{3}) \pi N R (r_2^3 - r_1^3)$

$= 2(2/3)\pi + (0,4)(170 \times 10^3)(0,175^3 - 0,1^3)$

$T = 1241.7 N.m$

$P = 1241.7 * 104.7 =$ **130KW**

② $W = \pi P (r_2^2 - r_1^2)$

$\pi (170 \times 10^3)(0,175^2 - 0,1^2)$

$W = 11009.625 N$

$T = 1/2 N N W (r_2 + r_1)$

$= 1/2 (2)(0.4)(11009.625)(0,175 - 0.1)$

$T = 1211.05 N.m$

$P = 1211.1 * 104.7$

$P = 127$ kw

$P_{max} r_1 = C$

$W = 2\pi C (r_2 - r_1)$

$11009.625 = 2 * \pi C (0,175 - 0,1)$

$$C = 23.363\ kN/m$$

$$P_{max} r_1 = C$$

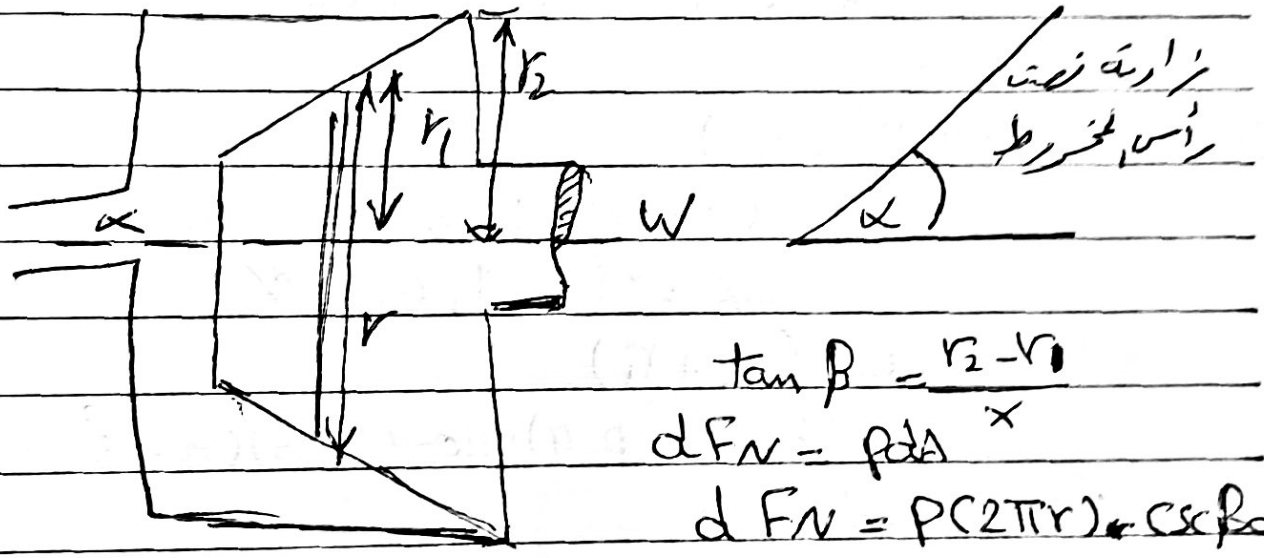
$$P_{max} = \frac{C}{r}$$

$$P_{max} = \frac{23.363\ kN/m}{0.1\ m} = \boxed{233.63\ kN/m^2}$$

---

② القوابض المخروطية :-

القابض للمخروطي له زوج واحد من الأوجه المحتكة وواحد الذي عبارة عن سطح مخروط ناقص.



$$\tan\beta = \frac{r_2 - r_1}{x}$$

$$dF_N = p\,dA$$

$$dF_N = p(2\pi r)\csc\beta\,dr$$

$$dF_N \sin\beta = dW$$

$$dF_N = 2\pi r p \csc\beta\,dr$$

$$dW = dF_N \sin\beta$$

$$\int dW = \int 2\pi r . p\,dr$$

نصل إلى :

* عندما يكون القابض جريد :

$$W = \pi \rho (r_2^2 - r_1^2) \quad \longrightarrow (W, \rho)$$

$$T = \frac{2}{3} \pi \mu \csc\beta \rho (r_2^3 - r_1^3) \quad \longrightarrow (T, \rho)$$

$$T = \frac{2}{3} \mu \csc\beta W \left[\frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right] \quad \longrightarrow (W, T)$$

* عندما يكون القابض قديم (يحصل تآكل) : $Pr = C$

$$W = 2\pi C (r_2 - r_1) \quad \longrightarrow (W, C)$$

$$T = \pi \mu C (r_2^2 - r_1^2) \csc\beta \quad \longrightarrow (T, C)$$

$$T = \frac{N W}{2} (r_2 + r_1) \csc\beta \quad \longrightarrow (T, W)$$

حيث β = نصف زاوية رأس المخروط

(262 - 15)

مثال: قوة كورية قدرها 30kN مؤثرة على عمود كرسي مخروطي القطر الخارجي والداخلي 200mm ، 100mm على الترتيب ونصف زاوية رأس المخروط هي 60° ، سرعة العمود 200 r.p.m معامل الاحتكاك $\mu = 0,02$ بفرض أن التوزيع منتظم (الضغط ثابت) أوجد:

① قيمة هذا الضغط بوحدات MN/m^2

② القدرة المفقودة في الاحتكاك.

① $W = \pi p (r_2^2 - r_1^2)$

الحل

$$p = \frac{W}{\pi (r_2^2 - r_1^2)}$$

$$p = \frac{30 \times 10^3}{\pi (0,1^2 - 0,05^2)} = 1273,2 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{1,27 MN/m^2}$$

② $P = T * \omega$

$$\omega = 200 * \frac{2\pi}{60} = 20,94 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2}{3} \pi \mu \csc \beta p (r_2^3 - r_1^3)$$

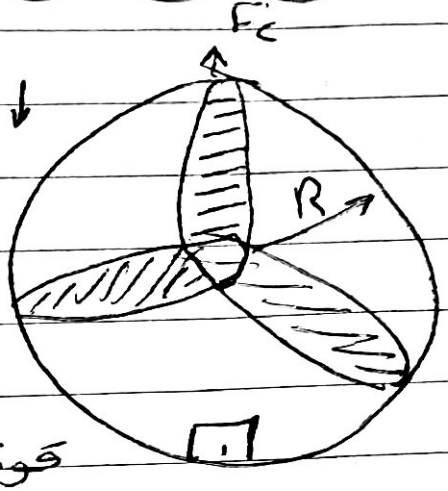
$$\csc 60 \Rightarrow \frac{1}{\sin 60} \Rightarrow 1,15$$

$$T = \frac{2}{3} \pi (0,02)(1,15)(1273,2)(0,1^3 - 0,05^3)$$

$$T = 0,05 \text{ N.m}$$

$$P = 0,05 * 20,94 = \boxed{1,12 kW}$$

③ قوة الطرد المركزي للقابض :



$$Fc = m\frac{V^2}{r}$$

$$V = \omega r$$

$$Fc = m\frac{(\omega r)^2}{r}$$

$$Fc = m\frac{(\omega^2 r^2)}{r}$$

$$\boxed{Fc = m\omega^2 r}$$ قوة الطرد المركزي

رد الفعل العمودي $N = Fc - Fs$

قوة الاحتكاك $F = \mu N$

$$F = \mu(Fc - Fs)$$

عزم الدوران $T = F * R$

$$T = \mu R(Fc - Fs)$$

$$T = \mu nR(Fc - Fs)$$

العزم الكلي $\boxed{T = \mu nR(m\omega^2 r - Fs)}$

حيث : Fc = قوة الطرد المركزي

r = المسافة بين المركز ومركز الكتلة

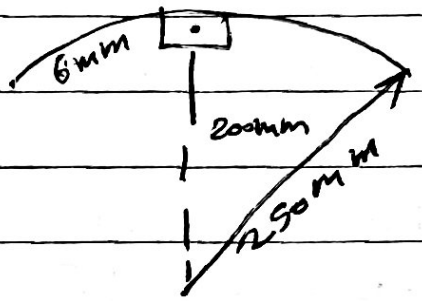
m = الكتلة

T = العزم الكلي المنقول

n = عدد الاسطح

مثال: قابض يعمل بالطرد المركزي له أربعة أجزاء، فإن كل ضاغط تجذبه للداخل نابض تاركاً خلوصاً مقداره 6mm مع السطح الداخلي ويكون شد هو 450N في كل نابض ومركز كتلة الضاغط يبعد على محور الدوران بمسافة قدرها 200mm فإذا كان القطر الداخلي 500mm وكتلة الضاغط 7kg وجساءة النابض K = 35KN/m ومعامل الاحتكاك 0,3 أوجد القدرة التي يحركه للقابض تقاس بـ 500 rpm

الحل



في حالة السكون:

$F_{S_1} = 450N \quad , \quad K_S = 35 \times 10^3 N/m$

$\Delta S_1 = \frac{F_S}{K_S} = \frac{450}{35000} = 0,012m = 12mm$ لاحظ الحالة

$\Delta S_2 = 12 + 6 = 18mm$

في حالة نقل الحركة

$F_{S_2} = K\Delta S \Rightarrow 35000 * 18 \times 10^{-3} = 630N$

هذه أقصى قوة للنابض وتكون عندما يكون الجسم الضاغط على السطح الداخلي للاسطوانة في حالة التلامس.

$\omega = 500 * \frac{2\pi}{60} = 52.3 \ rad/s$

$F_c = m\omega^2 r \Rightarrow 7 * (52.3)^2 * (200+6) \times 10^{-3}$

$F_c = 3944.2N$ قوة الطرد المركزي

$$T = \mu n R N \Rightarrow T = \mu n R (F_c - F_s)$$

$$T = 0.3(4)(250\times10^{3})(3944.2 * 630)$$

$$T = 994.28\ N.m$$

$$P = w * T \Rightarrow (52.3) * (994.28)$$

$$\boxed{P = 52,001\ kw}$$

(16) 201-20

مثال: قابض يعمل بالاحتكاك المركزي - محل أربعة أجزاء ضاغطة وعدد 4 نوابض ورقية أوجد قيمة الكتلة لكل ضاغط إذا كان قدرتها 22.5kW عند سرعة 750 r.p.m إذا كان الكلاص يحدث عند 75% من هذه السرعة والقطر الداخلي للإسطوانة 300mm ومركز الكتلة 125mm عن المركز $\mu = 0.25$ ؟

الحل

$Fc = Fs$

عند بداية الكلاص

$$\frac{75}{100} * 750 = 562.5$$

$$w = 562.5 * \frac{2\pi}{60} = 58.9\ rad/s$$

$$Fs = Fc = m(58.9)^2 * 0.125 \quad ---\rightarrow (1)$$

$$P = T.w$$

$$T = n\mu R(F_c - F_s)$$

$$\frac{P}{\omega} = n\mu R(F_c - F_s)$$

السرعة عند نقل الحركة (بعد التبديل)

$$\omega = 750 * \frac{2\pi}{60} = 78.54 \text{ rad/s}$$

$$\frac{22.5 \times 10^3}{(750\frac{2\pi}{60})} = 4 * (0,25)(0,150)[m(78.54)^2 * 0,125 - m(58.9)^2 * 0,125]$$

$$286.47 = 0,15[771.06m - 433.6m]$$

$$286,47 = 0,15(337.46m)$$

$$\boxed{m = 5.66 \text{ Kg}}$$