جامعة مصراتة – كلية الهندسة

الامتحانات النهائية للفصل الدراسي الربيع 2020/ 2021م

اسم ورقم المقرر: رياضة4 (م.ع 201) | تاريخ الإمتحان: 07/ 02/ 2022م

أستاذ المقرر: محمود سليم | زمن الامتحان: ثلاث ساعات

أجب عن ثلاث أسئلة فقط

السؤال الأول: مفاهيم أساسية والمعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى (10 + 10 = 20 درجة)

أ) إذا كانت الدالة $y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} + tan\, x$ هي حل لمعادلة تفاضلية، فهل المعادلة التفاضلية عادية أم جزئية؟ هل هي خطية أم لا؟ هل هي متجانسة أم لا؟ هل هي ذات عوامل ثابتة أم متغيرة؟ ثم حدد رتبة ودرجة المعادلة التفاضلية؟ وهل هذا الحل هو حل عام أم خاص أم تام أم شاذ؟ وهل يمكن حل المعادلة باستخدام طريقة فرض العوامل؟

ب) هل المعادلة التفاضلية $2xy\acute{y} + x^2 + y^2 = 0$ قابلة لفصل المتغيرات؟ هل هي متجانسة الحدود؟ هل هي تامة؟ هل هي على صورة معادلة ليبنتز أم برنولي أم ريكاتي، وكيف يمكن جعلها على صورة معادلة ليبنتز؟ ثم أوجد الحل.

السؤال الثاني: المعادلات التفاضلية الخطية من الرتب العليا ذات عوامل ثابتة ومتغيرة (10 + 10 = 20 درجة)

أ) استخدم طريقة فرض العوامل غير المعينة لإيجاد حل المعادلة التفاضلية: $\dddot{y} + 6\ddot{y} + 12\dot{y} + 8y = 12e^{-2x}$

ب) أي المعادلات التفاضلية الآتية هي معادلة بسل – معادلة لاجندر – معادلة كوشي أويلر، ثم أوجد عائلة المنحنيات التكاملية لمعادلة كوشي أويلر باستخدام طريقة تغاير البارامترات:

1. $(1 - x^2)\ddot{y} - 2x\dot{y} + 2y = 0$
2. $x^2\ddot{y} - x\dot{y} + y = x\,ln\,x$
3. $x^2\ddot{y} + x\dot{y} + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$

السؤال الثالث: تطبيقات على المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والثانية (10 + 10 = 20 درجة)

أ) مقاومة $20\ \Omega$ متصلة على التوالي بمكثف سعته 0.01 F وقوة دافعة كهربية تساوي $40e^{-3t} + 20e^{-6t}$ V فإذا كانت $q = 0$ عندما $t = 0$. أثبت أن النهاية العظمى للشحنة على المكثف تساوي 0.25 كولوم.

ب) جسم يتحرك وفق المعادلة التفاضلية $\frac{1}{2}\ddot{x} + 6\dot{x} + 18x = 0$. ما نوع حركة الجسم؟ وما نوع الإخماد؟ ثم أوجد معادلة موضع الجسم عند أي لحظة إذا علمت أن الجسم يتحرك إلى أعلى مسافة $\frac{1}{6}\ m$ فوق موضع الاتزان وبسرعة $1\ m/s$ نحو الأعلى.

السؤال الرابع: تحويل لابلاس ومنظومة المعادلات التفاضلية الخطية (10 + 10 = 20 درجة)

أ) باستخدام خواص تحويل لابلاس وخواص تحويل لابلاس العكسي أوجد حل مسألة القيم الابتدائية:

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 9y = 12t^2e^{-3t} \quad , \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0$$

ب) باستخدام طريقة الحذف أو المصفوفات أو تحويل لابلاس أوجد حل منظومة المعادلات التفاضلية الآتية:

$$\dot{x} + 2y = 0 \quad , \quad \dot{y} - 3x = 0 \quad , \quad x(0) = y(0) = 1$$

انتهت الأسئلة مع تمنياتي للجميع بالتوفيق

جامعة مصراتة - كلية الهندسة

الامتحان النصفي في مقرر رياضة 4

أستاذ المقرر: محمود سليم   زمن الامتحان: 110 دقيقة   تاريخ الامتحان: 28/ 06/ 2021م

أجب عن جميع الأسئلة الآتية

السؤال الأول: مفاهيم أساسية (أجب عن فقرة واحدة فقط)

أ) أكتب معادلة تحقق الشروط الثمانية الآتية: تفاضلية – عادية – خطية – غير متجانسة – ذات عوامل ثابتة – من الرتبة الثانية – من الدرجة الأولى – ذات شروط حدية، وهل يمكن الحصول على حل شاذ لهذه المعادلة؟ وهل الحل الكامل = الحل العام لهذه المعادلة؟

ب) إذا كان الحل العام للمعادلة التفاضلية $\ddot{y} - 3\dot{y} + 2y = 2x - 3$ هو $y = c_1e^x + c_2e^{2x} + x$. فأثبت أن معادلة المنحنى التكاملي المار بالنقطتين $(0,0)$ ، $(1,0)$ هي $y = x + \frac{e^x - e^{2x}}{e^2 - e}$.

السؤال الثاني: المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى (أجب عن فقرتين فقط)

أ) باستخدام الفرض $y = vx^n$ أوجد قيمة الثابت n الذي يجعل المعادلة التفاضلية الآتية قابلة لفصل المتغيرات:

$xy\dot{y} - 2y^2 + 4x^4 = 0$ ثم أوجد الحل.

ب) أوجد قيم الثوابت β, α التي تجعل الدالة $\mu = x^\alpha y^\beta$ عامل تكاملي للمعادلة التفاضلية الآتية:

$x(4y.dx + 2x.dy) + y^3(3y.dx + 5x.dy) = 0$ ثم أوجد الحل.

ج) هل المعادلة التفاضلية الآتية على صورة معادلة ليبنتز أم برنولي أم ريكاتي:

$x.dy + y.dx = x^3y^6.dx$ ثم أوجد الحل.

السؤال الثالث: تطبيقات على المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى (أجب عن فقرتين فقط)

أ) إذا كانت المعادلة التفاضلية لضغط الهواء الجوي P كدالة في الارتفاع h هي: $dP + \rho.dh = 0$ حيث ρ كثافة الهواء الجوي، وكان ضغط الهواء الجوي يخضع لقانون الأديباتك $P = k\rho^{1.4}$. فأثبت أن ضغط الهواء الجوي عند ارتفاع h هو $P = \left[P_0^{\frac{2}{7}} - \frac{2}{7}k^{\frac{-5}{7}}h\right]^{\frac{7}{2}}$ علمًا بأن ضغط الهواء الجوي عند سطح الأرض هو P_0.

ب) مادة مشعة لها عمر النصف 38 ساعة. كم من الزمن تستغرقه 90 % من الإشعاعات لكي تتبدد.

ج) في دائرة كهربية RL لدينا القوة الدافعة الكهربية $5\ V$ والمقاومة $50\ \Omega$ والملف حثه الذاتي $1\ H$، فإذا علمت أنه لا يوجد في الدائرة تيار ابتدائي. أوجد التيار العابر والتيار المستقر في الدائرة الكهربية عند أي لحظة t.

بالتوفيق للجميع