وزارة التعليم العالي

جامعة مصراتة – كلية الهندسة

إحصاء واحتمالات — التاريخ: 2018/12/11م

الامتحان الجزئي الثاني — **الإجابـــة النموذجـــية** — زمن الامتحان: 90 دقيقة

اجب عن جميع الأسئلة التالية

(يجب أخذ 3 أرقام عشرية مع مراعاة التقريب)

السؤال الاول: (4 درجات)

يحتوي صندوق على 27 بطاقة بينها 15 بطاقة صفراء، وبفرض ان هذه البطاقات تم توزيعها على ثلاثة اشخاص بشكل عشوائي، بحيث يستلم اللاعب الاول عدد 8 بطاقات، واللاعب الثاني عدد 9 بطاقات، واللاعب الثالث عدد 10 بطاقات، فما احتمال ان يستلم اللاعب الاول عدد 6 بطاقات صفراء واللاعب الثاني عدد 4 بطاقات صفراء واللاعب الثالث عدد 5 بطاقات صفراء؟

الحل:

بفرض ان الحدث Y يمثل سحب كرة لونها اصفر.

الحدث 'Y يمثل سحب كرة لونها ليس اصفر.

$$P(Y) = p = \frac{15}{27} \qquad P(Y') = q = \frac{12}{27}$$

<u>باستخدام توزيع ذي الحدين:</u>

- احتمال اللاعب الأول يستلم 8 بطاقات بينها 6 بطاقات صفراء هو الحدث (B_1):

$$P(B_1) = P(X = 6) = \quad {}_8C_6 * \left(\frac{15}{27}\right)^6 * \left(\frac{12}{27}\right)^2 = 0.163$$

- احتمال اللاعب الثاني يستلم 9 بطاقات بينها 4 بطاقات صفراء هو الحدث (B_2):

$$P(B_2) = P(X = 4) = \quad {}_9C_4 * \left(\frac{15}{27}\right)^4 * \left(\frac{12}{27}\right)^5 = 0.208$$

- احتمال اللاعب الثالث يستلم 10 بطاقات بينها 5 بطاقات صفراء هو الحدث (B_3):

$$P(B_3) = P(X = 5) = \quad {}_{10}C_5 * \left(\frac{15}{27}\right)^5 * \left(\frac{12}{27}\right)^5 = 0.231$$

والاحتمال المطلوب هو:

$$P(B_1 \cap B_2 \cap B_3) = P(B_1) * P(B_2) * P(B_3) = 0.163 * 0.208 * 0.231 = \mathbf{0.00783}$$

السؤال الثاني: (2 + 2 + 2) (6 درجات)

إذا علمت ان 60% من الطلبة في كلية الهندسة ذكور و40% اناث، وان 35% من الذكور و40% من الإناث مسجلين في القسم العام، فإذا تم اختيار طالب بشكل عشوائي، فأوجد:

1) احتمال ان يكون ذكر إذا علمت انه من القسم العام؟
2) احتمال ان يكون انثى وليس من القسم العام؟
3) احتمال ان يكون ليس من القسم العام إذا علمت انه انثى؟

الحل: بفرض ان: الحدث A_1 الطالب ذكر.

الحدث A_2 الطالب أنثى.

الحدث C الطالب مسجل في القسم العام.

$$P(A_1) = 0.60 \qquad P(A_2) = 0.40$$

$$P(C/A_1) = 0.35 \qquad P(C/A_2) = 0.40$$

1) $$P(A_1/C) = \frac{P(A_1)*P(A_1/C)}{P(A_1)*P(A_1/C)+P(A_2)*P(A_2/C)} = \frac{0.60*0.35}{0.60*0.35+0.4*0.40} = \mathbf{0.568}$$

2) $$P(A_2 \cap C') = P(A_2) - P(A_2 \cap C) = 0.40 - 0.40 * 0.40 = \mathbf{0.240}$$

3) $$P(C'/A_2) = 1 - P(C/A_2) = 1 - 0.40 = \mathbf{0.600}$$

السؤال الثالث: (2 + 2) (4 درجات)

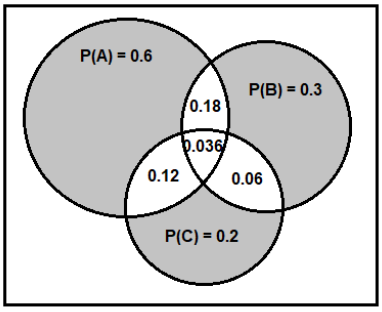
أ) أذا كان A وB وC ثلاث احداث معرفة على نفس فراغ العينة وهي أحداث مستقلة، حيث $P(C) = 0.2$ و $P(B) = 0.3$ و $P(A) = 0.6$، أوجد احتمال حدوث حدث واحد منها فقط؟

الحل: بفرض ان احتمال حدوث حدث واحد فقط هو الحدث D

$$P(D) = P(A \cap B' \cap C') + P(A' \cap B \cap C') + P(A' \cap B' \cap C)$$

$$= (0.6 * 0.7 * 0.8) + (0.4 * 0.3 * 0.8) + (0.4 * 0.7 * 0.2) = \mathbf{0.488}$$

حل آخر:



$$P(D) = (0.6 - 0.18 - 0.12 + 0.036)$$
$$+(0.3 - 0.18 - 0.06 + 0.036)$$
$$+(0.2 - 0.12 - 0.06 + 0.036)$$
$$P(D) = \mathbf{0.488}$$

ب) يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء وعدد مجهول من الكرات البيضاء، فإذا كان احتمال سحب كرتين لونها أحمر على التوالي ودون ارجاع هو $\frac{1}{3}$ ، فما هو عدد الكرات البيضاء؟

الحل:

$$P(R \cap R) = \frac{6}{X} * \frac{5}{X-1} = \frac{1}{3} \qquad \rightarrow \qquad X = 10$$

عدد الكرات البيضاء = $10 - 6$ = **4 كرات.**

السؤال الرابع: (2 + 2 + 2) (6 درجات)

إذا علمت انه في عملية صناعية يقوم مصنع في المتوسط بإنتاج 6 قطعة في الساعة، فأوجد الاحتمالات التالية:

1) انتاج 10 قطعة في ساعة معينة؟
2) انتاج أكثر من 3 قطع في ساعة معينة؟
3) انتاج 20 قطعة في 5 ساعات؟

الحل:

باستخدام توزيع بواسون: $\bar{x} = \lambda = 6$

1) $P(X = 10) = \frac{6^{10} * e^{-6}}{10!} = \mathbf{0.0413}$

2) $P(X > 3) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$

$$P(X > 3) = 1 - (0.00248 + 0.0149 + 0.0446 + 0.0892) = \mathbf{0.849}$$

3) $\lambda = 6 * 5 = 30$

$$P(X = 20) = \frac{30^{20} * e^{-30}}{20!} = \mathbf{0.0134}$$