جامعة مصراتة

كلية الهندسة / القسم العام

الامتحان النهائي لمقرر رياضة 3 (ع هـ 203) فصل الخريف (2022 / 2023)

اليوم :الأحد (2023/2/5) الزمن : 3 ساعات

أجب على جميع الأسئلة الآتية مع توضيح خطوات الحل على ان تكون إجابة كل سؤال في ورقة مستقلة به

((يمنع الإجابة بقلم الرصاص واستخدام الآلات الحاسبة))

السؤال الأول : (8 +4 +3) درجة

(a)عرف مايلي تعريفا رياضيا كاملا :

المصفوفة الجامدة – المصفوفة المميزة – المصفوفة القابلة للقطرية – أثر المصفوفة – الفضاء الذاتي – الاستقلال الخطي – بعد الفضاء الاتجاهي – طريقة جاوس جوردان لحل منظومة من المعادلات

(b) أوجد المصفوفة X التي تحقق العلاقة $AX = B$ حيث $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -11 \end{bmatrix}$

(c) أكتب العدد $C = -1 + \sqrt{3}\, i$ على الصورة القطبية

السؤال الثاني : (5 +5 + 5) درجة

(a) باستخدام خواص المحددات وبدون فك المحدد اثبت ان

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = a^2 + b^2 + c^2 + 1$$

(b) اذا كانت $W = \{ V1 , V2 , V3 \}$ مجموعة جزئية في R^3 حيث $V1 = (1,2,-3)$, $V2 = (-3,1,1)$, $V3 = (2,11,-1)$ هل W تكون اساسا للفضاء R^3 أم لا ؟

(c) باستخدام نظرية كايلي هاملتون أوجد B^{-1} حيث $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

السؤال الثالث : (3 + 6 + 6) درجة

(a) باستخدام طريقة كرايمر اثبت ان المعادلات الاتية متوافقة ولها اكثر من حل ؟ ثم أوجد الحل الخاص عندما $X = 1$

$$10Y - 2X - 5Z = 8 \quad , \quad 2X - 2Y + 3Z = 4 \quad , \quad Z + X + Y = 5$$

(b) اوجد القيم الذاتية والمتجهات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ثم بين اذا كانت المتجهات مستقلة ام مرتبطة خطيا ؟

(c) أوجد قيمة a التي تجعل المتجه $V = (1 , 2 , a)$ تركيبة خطية من المتجهين $V1 = (2 , -1 , -5)$, $V2 = (3 , 0 , -2)$

السؤال الرابع : (6 + 6 + 3) درجة

(a) اذا كانت القيم الذاتية للمصفوفة A هي 4 , 8 , -2 وكانت متجهاتها الذاتية المناظرة لها على الترتيب هي

$(0 , 1 , 0)$, $(3 , 0 , 1)$, $(1 , 2 , 1)$ أوجد المصفوفة A ؟

(b) أوجد بعد وأساس الفضاء الجزئي W المتولد بواسطة المتجهات

$(1 , -2 , 5 , -3)$, $(2 , 3 , 1 , -4)$, $(3 , 8 , -3 , -5)$ ثم أوجد اساسية فضاء الصف , أساسية فضاء العمود ؟

(c) اذا كانت $M = \{ f : f = 2 + f(1) \}$, بين ما اذا كانت M فضاء جزينا من $C[a,b]$

انتهت الاسئلة والتوفيق للجميع