

أجب عن جميع الأسئلة التالية مبيناً خطوات الحللسؤال الأول (3*3 = 9 درجات)

(أوجد حل المتباينات التالية مع تمثيل الحل بيانياً)

1) $x^3 - 2x^2 \leq 4x - 8$

2) $|x - 2| \leq |x + 4|$

(ب) تبلغ كلفة إجراء رحلة مدرسية 250 ديناراً (حافلة + أواني + ... الخ)، بالإضافة إلى 15 ديناراً ثمن الطعام لكل طالب. المطلوب إيجاد عدد لطلبة الذين يمكن دعوتهم إذا علمت أن الميزانية المرصودة من قبل الإدارة لا تزيد عن 670 ديناراً.

لسؤال الثاني (3*4 = 12 درجات)(أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = (2 - x)^3 + 3$)(ب) أوجد نطاق ومدى الدالة $f(x) = e - |x - e|$ (ج) أوجد نطاق الدالة $y = \ln(x - 1) + 1$ (: إذا كانت $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x^2$ فأوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(1, m)$, $(k, 2)$ حيث:

$$f[f(g(k))] = 2 \text{ و } f(g(1)) = m$$

لسؤال الثالث: (2*3 = 6 درجات)

باستخدام طرق التحليل أوجد نهاية كل من الدوال التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\pi \sqrt{\frac{x-\pi}{x+\pi}}}{\sqrt{x+\pi}}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{2x^2+5x-7}$

3) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\sqrt{x^2-10x+25}}{3x-15} \right)$

لسؤال الرابع: (2*3 = 6 درجات)(أوجد فترات التقعر للدالة $y = x^4 - 2x^2$)

(ب) يراد تصنيع صندوق معدني بقاعدة مربعة. تكلفة تصنيع المتر المربع هي: 5 دينار للقاعدة, 2 دينار للغطاء, 3 دينار للجوانب. إذا كانت مخصصات تصنيع الصندوق هي 756 دينار. أوجد أبعاد الصندوق التي تعطي أكبر حجم ممكن.

لسؤال الخامس: (2*6 = 12 درجة)

وجد المشتقة الأولى لكل من الدوال التالية:

1) $y = \sec x$

2) $y = x^5 * 5^{x^5}$

3) $y = \coth(\sqrt[5]{3 - 2x})$

4) $y = \ln^2 x - \ln(\ln x) + \log_y x$

5) $\frac{x^2}{y} = (\sec x)^x$

6) $y = x^2 * \operatorname{arccot} e^x$

لسؤال السادس: (3*5 = 15 درجة)

(أوجد المشتقة الأولى $\frac{\partial z}{\partial y}$ و $\frac{\partial z}{\partial x}$ للدالة $z = (x^2 + y^3)^7 + \ln x$)

(ب أوجد المشتقة الثانية f_{yy} و f_{xy} و f_{yx} و f_{xx} للدالة $z = x^2 e^x \sin y$)

(ج إذا كان الضغط P والحجم V ودرجة الحرارة T تجمع بينها العلاقة $P = \frac{RT}{V-b} + \frac{a^2}{V^2}$ حيث R, b, a ثوابت. أوجد $\frac{\partial P}{\partial V}$ و $\frac{\partial P}{\partial T}$)

(د باستخدام قاعدة السلسلة للدالة $z = xy$ إذا علمت أن $x = \cos t$ و $y = \sin t$)

فأثبت أن $\frac{\partial z}{\partial t} = \cos 2t$

(ه أوجد القيم القصوى للدالة $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - y^2 + 4y$)